

# Praca silnika indukcyjnego zasilanego napięciem zawierającym interharmoniczne

## Operation of an induction motor supplied by voltage with interharmonics

Tomasz Drabek<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Polska

### Article history:

Received 20 May 2018  
Received in revised form  
16 June 2018  
Accepted 17 June 2018  
Available online 27 June 2018

### Streszczenie

W artykule omówiono skutki obecności interharmonicznych, tj. częstotliwości wyższych od częstotliwości podstawowej harmonicznej, niebędących jej całkowitą krotnością, w napięciu zasilającym silnik indukcyjny. Pojawienie się interharmonicznych w sieci trójfazowej jest głównie skutkiem kołysania się wartości szczytowych napięć sieciowych. W maszynach indukcyjnych powoduje to przepływ prądów o częstotliwościach interharmonicznych i subharmonicznych, generację momentów przemiennych, kołysania prędkości wirnika i zmianę wartości skutecznej prądu podstawowej harmonicznej. W artykule zbadano te zjawiska symulacyjnie, z uwzględnieniem efektu wypierania prądów w klatce wirnika. Badania przeprowadzono zarówno dla interharmonicznych o zgodnej kolejności faz, jak i o kolejności przeciwnej. Praca stanowi kontynuację pracy [1].

**Słowa kluczowe:** maszyna indukcyjna, interharmoniczne, wahania prędkości, rezonans

### Wstęp

Głównym źródłem interharmonicznych w sieci trójfazowej są wahania amplitudy napięcia sieciowego, typowo wolnozmienne, o częstotliwościach nie przekraczających kilkunastu Hz. W takiej sytuacji w napięciu sieciowym pojawiają się składowe subharmoniczne i interharmoniczne, o częstotliwościach podstawowych będących, odpowiednio, różnicą i sumą częstotliwości pierwszej harmonicznej (typowo  $f_1 = 50$  Hz) i częstotliwości modulacji napięcia [1].

Współpraca silnika indukcyjnego z napięciem zasilania zawierającym dodatkowe częstotliwości interharmoniczne ( $f_h > 50$  Hz) jest źródłem wielu zaburzeń w jego pracy. Przede wszystkim następuje wzrost strat mocy w silniku i spadek wartości średniej generowanego momentu napędowego (elektromagnetycznego). Te negatywne zjawiska zależą silnie od zjawiska wypierania prądów w klatce wirnika, z uwagi na wysokie częstotliwości indukowanych w klatce napięć od wyższych częstotliwości zasilania stojana. Najsilniej występują one dla częstotliwości interharmonicznych z przedziału 50–100 Hz [2]. Celem artykułu jest całościowe przedstawienie skutków zasilania silnika indukcyjnego napięciem zawierającym częstotliwości interharmoniczne, na podstawie wyników badań symulacyjnych.

### Model silnika indukcyjnego w sytuacji obecności interharmonicznych w napięciu zasilającym

W sytuacji zasilania silnika indukcyjnego napięciem zawierającym interharmoniczne (numer harmonicznej  $h > 1$ , niecałkowity) i w sytuacji braku wahań prędkości silnika można analizować pracę maszyny w oparciu o schemat zastępczy dla podstawowej harmonicznej i schematy zastępcze dla poszczególnych interharmonicznych zasilania [3, 4]. Obecność interharmonicznych skutkuje generacją momentów przemiennych przez silnik, o częstotliwości podstawowej będącej różnicą pomiędzy częstotliwością interharmoniczną i częstotliwością harmonicznej podstawowej [4]. Warunek braku wahań prędkości jest spełniony dla napędów indukcyjnych o dużym momencie bezwładności, rzędu przynajmniej 20 momentów bezwładności wirnika silnika [3]. W przypadku mniejszych bezwładności wahania prędkości nie wystąpią, gdy wartość ilorazu  $U_h / f_h$  jest mniejsza od wartości ilorazu  $U_1 / f_1$  przynajmniej o rząd wielkości [3]. Amplituda momentu przemiennego zależy bowiem liniowo od iloczynu wartości tych ilorazów. Jak wykazano dalej, istotna jest również częstotliwość interharmonicznych. Dla częstotliwości wyższych (mn.w.  $f_h > 90$  Hz) częstotliwość momentu przemiennego jest na tyle wysoka ( $(f_h - f_1) > 40$  Hz), że nawet w napędach o małej bezwładności nie powinien on wywołać wahań prędkości, z zastrzeżeniem co do zjawisk rezonansowych w samym napędzie.

\*Corresponding author: drabek@agh.edu.pl

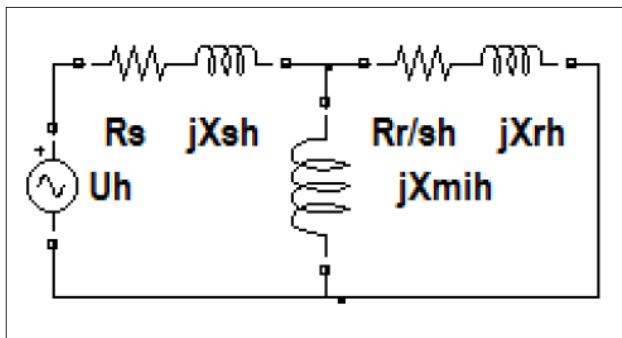
Rozważana jest sytuacja, w której napięcie zasilające pierwszą fazę stojana silnika wyraża się wzorem:

$$u_A(t) = U_{1m} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \sum_{h < 1} U_{hm} \cdot \cos(\omega_h \cdot t + \gamma_h) \quad (1)$$

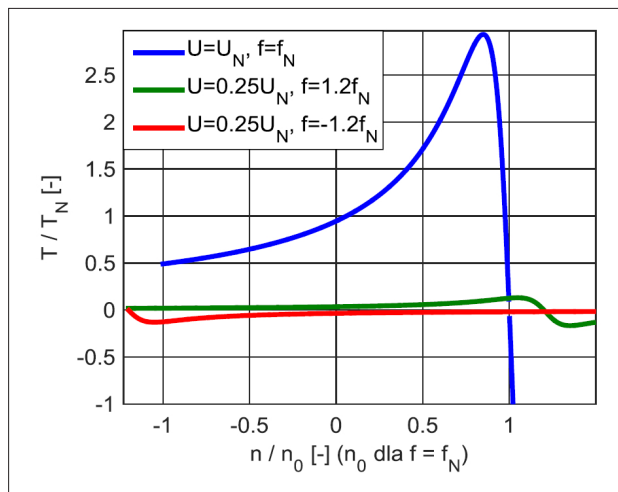
gdzie:  $U_{1m} = \sqrt{2} \cdot U_1$ ,  $U_{hm}$  – amplitudy interharmonicznych napięć:  $U_{hm} = \sqrt{2} \cdot U_h$ ,  $\omega_h$  – pulsacje interharmonicznych:  $\omega_h = h \cdot \omega_1 = h \cdot 2\pi f_1$ ,  $h > 1$ ,  $\gamma_h$  – przesunięcia fazowe interharmonicznych.

Pozostałe dwie fazy stojana zasilone są napięciami o identycznych przebiegach czasowych, lecz przesuniętych fazowo o 120° i 240°.

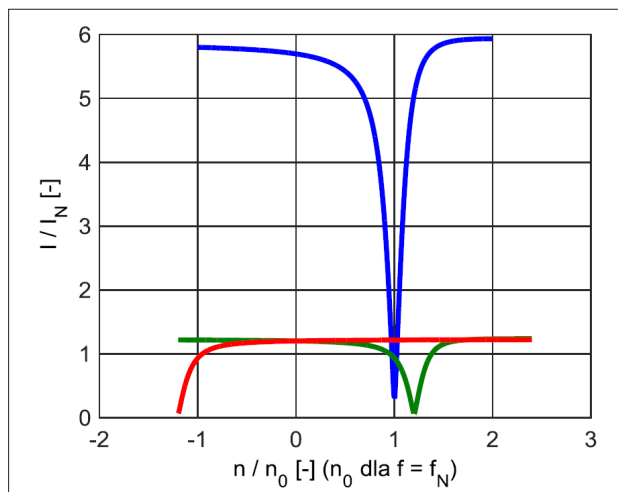
W celu uwzględnienia danej interharmonicznej można posłużyć się schematem zastępczym maszyny, stworzonym dla pulsacji napięcia zasilającego  $\omega_h = h \cdot \omega_1$  i poślizgu  $s_h = (\pm\omega_h - p_b \cdot \omega) / (\pm\omega_h)$ . Znak „+” przy pulsacji  $\omega_h$  dotyczy interharmonicznej o kolejności faz zgodnej z kolejnością faz pierwszej harmonicznej, a znak „-” dotyczy przeciwnej kolejności faz. Schemat zastępczy przedstawiono na rysunku 1. Towarzyszące interharmonicznym momenty średnie przestawiono w funkcji prędkości maszyny na rysunku 2, przykładowo dla  $f_h = 60$  Hz ( $h = +/-1.2$ ), przy  $U_h = 0.25U_N$ . Są to dwie interharmoniczne 60 Hz, o zgodnej i przeciwnej kolejności faz. Z rysunku 2. wynika, że dla interharmonicznych zgodnych silnik pracujący z prędkością podsynchroniczną (względem pierwszej harmonicznej) pracuje w głębokim podsynchronizmie, a więc pracuje silnikowo. Dla interharmonicznych przeciwnych silnik pracuje hamulcowo. W pierwszym przypadku moment pochodzący od interharmonicznej jest momentem dopędzającym silnik, co skutkuje spadkiem wartości skutecznej prądu pierwszej harmonicznej. W przypadku drugim moment pochodzący od interharmonicznej jest momentem hamującym, obciążającym silnik, choć w stopniu znikomym dla podsynchronicznych prędkości silnika. Rysunek 3 przedstawia charakterystyki prądowe silnika dla sytuacji jak na rysunku 2. Dla prezentowanego przykładu wartości skuteczne prądów interharmonicznych osiągają przy prędkości znamionowej wartość prądu znamionowego silnika. Jest to spowodowane dużym poślizgiem  $s_h$  dla obu interharmonicznych.



**Rysunek 1.** Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej dla jednej interharmonicznej (model *Simulinka*):  $R_s$  – rezystancja fazy stojana,  $X_{sh}$  – reaktancja rozproszenia fazy stojana:  $X_{sh} = h \cdot 2\pi f_1 \cdot L_{os}$ ,  $R_r/sh$  – rezystancja fazy rotora,  $s_h$  – poślizg maszyny dla danej interharmonicznej,  $X_{rh}$  – reaktancja rozproszenia fazy rotora:  $X_{rh} = h \cdot 2\pi f_1 \cdot L_{or}$ ,  $X_\mu$  – reaktancja magnesująca maszyny:  $X_\mu = h \cdot 2\pi f_1 \cdot L_\mu$



**Rysunek 2.** Średnie momenty elektromagnetyczne silnika w funkcji prędkości obrotowej: kolor niebieski – moment od harmonicznej podstawowej ( $h = 1$ ), zielony – od interharmonicznej zgodnej ( $h = 1.2$ ), czerwony – od interharmonicznej przeciwnej ( $h = -1.2$ )

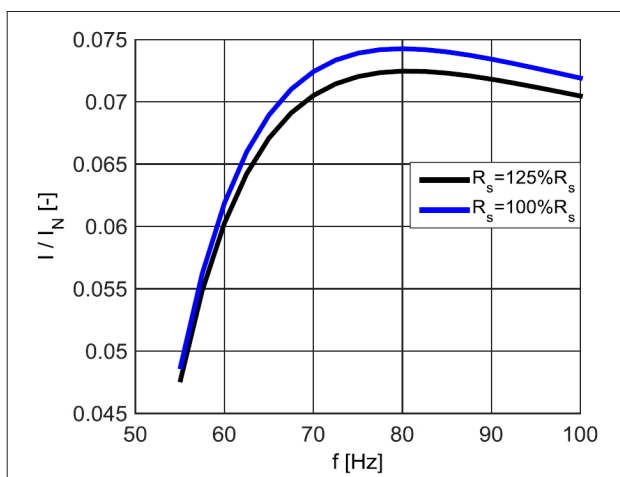


**Rysunek 3.** Wartości skuteczne prądów stojana silnika w funkcji prędkości obrotowej – kolory wg rysunku 2

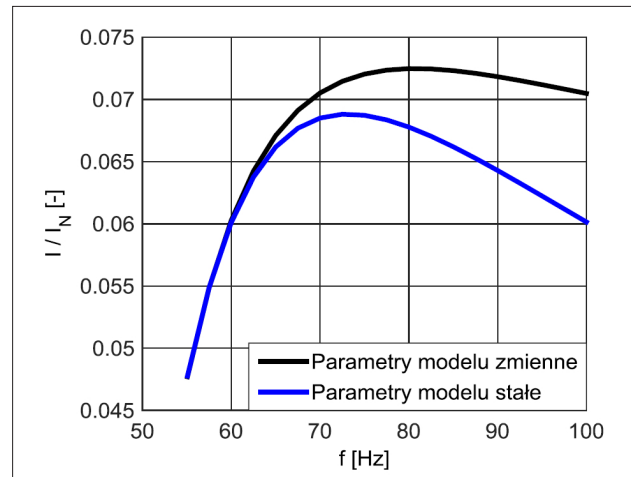
### Wpływ parametrów modelu silnika na wyniki obliczeń symulacyjnych

Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono obliczeniową zależność wartości skutecznej prądu danej interharmonicznej zgodnej od jej częstotliwości dla silnika klatkowego Sg100L-4B. Obliczenia modelowe wykonano dla z góry przyjętej stałej prędkości silnika, równej prędkości znamionowej, w oparciu o schematy zastępcze dla poszczególnych interharmonicznych, dla amplitudy interharmonicznych równej 2.5% amplitudy harmonicznej podstawowej napięcia, równej napięciu znamionowemu silnika. Użyto 2 kompletów parametrów schematu zastępczego: kompletu ze stałymi parametrami, wyznaczonymi pod kątem najlepszego oddania własności maszyny przy pracy z normalnymi poślizgami roboczymi i kompletu z parametrami zidentyfikowanymi w sposób zapewniający najlepsze oddanie statycznej charakterystyki mechanicznej i prądowej maszyny przy zasilaniu znamionowym, w pełnym zakresie zmian prędkości obroto-

wej od 0 do prędkości synchronicznej. Spełnienie tego postulatu wymagało uzmiennienia parametrów  $R_r'$  i  $L_{\sigma r}'$  z częstotliwością prądów rotora. Są to te same komplety parametrów, które zastosowano do obliczeń przedstawionych w [1], dotyczących obecności częstotliwości subharmonicznych w napięciu zasilającym ten sam silnik. Widoczny na rysunkach 4 i 5 początkowy wzrost wartości skutecznej prądów interharmonicznych ze wzrostem ich częstotliwości należy tłumaczyć wzrostem poślizgu maszyny  $s_h$  dla interharmonicznych. Późniejszy spadek tych wartości następuje skutkiem wzrostu reaktancji maszyny wraz ze wzrostem częstotliwości interharmonicznych. Porównanie krzywych z rysunków 4 i 5 pokazuje, że na wartości skuteczne prądów interharmonicznych większy wpływ ma zjawisko wypierania prądów we wirniku maszyny, niż zmiany rezystancji faz stojana z temperaturą. Jest to więc sytuacja odwrotna niż przy subharmonicznych [1], co jest bezpośrednim skutkiem większych częstotliwości interharmonicznych. W porównaniu do subharmonicznych komplikuje to wyznaczenie przyrostu temperatury uzwojeń – wyrażenie (7) z [1] można traktować tylko jako orientacyjne, generalnie zaniżające temperaturę uzwojeń fazowych w stosunku do rzeczywistej. Przykładowo, w [5] przedstawiono wyniki pomiarów termicznych silnika klatkowego SZJe34a ( $P_N = 5.5$  kW) obciążonego momentem znamionowym i zasilonego napięciem zawierającym oprócz częstotliwości podstawowej, o wartości skutecznej  $U_l = U_N$ , również subharmoniczną o częstotliwości  $f_h = 14.3$  Hz i wartości  $U_h = 1.25\%U_l$  oraz interharmoniczną o częstotliwości  $f_h = 85.7$  Hz i wartości  $U_h = 1.4\%U_l$ . Subharmonicznej i interharmonicznej napięcia odpowiada subharmoniczna i interharmoniczna prądu stojana o wartości skutecznej, odpowiednio,  $I_h = 25.2\%I_l$  oraz  $I_h = 8.5\%I_l$ . Zmierzony przyrost temperatury uzwojenia stojana z tytułu obecności składowych dodatkowych wyniósł 13K (w jego najgorętszym punkcie, tj. na jego czołach od strony bez wentylatora), przy wzroście obliczonym wg wyrażenia (7) z [1] wynoszącym tylko 6K.

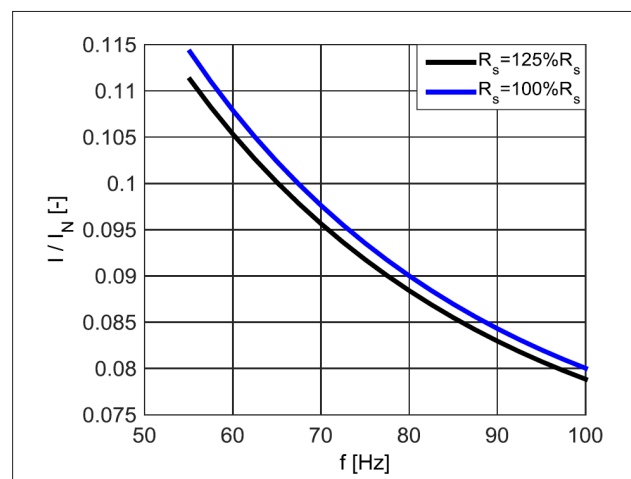


Rysunek 4. Zależność wartości skutecznej prądu interharmonicznego zgodnej od jej częstotliwości



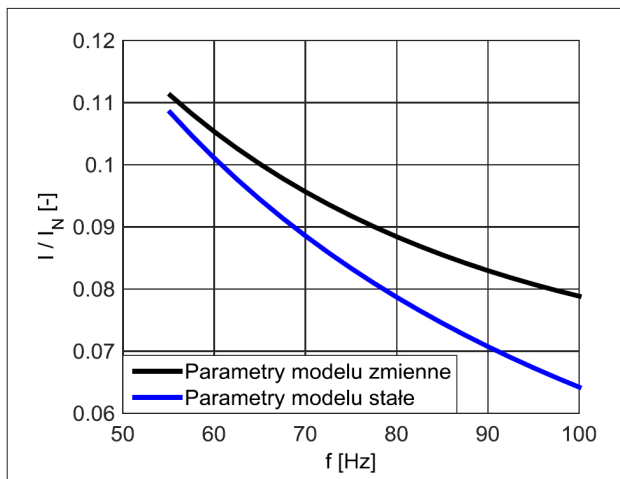
Rysunek 5. Zależność wartości skutecznej prądu interharmonicznego zgodnej od jej częstotliwości

Dla interharmonicznych o przeciwnej kolejności faz prądy maleją ze wzrostem częstotliwości, co pokazują rysunki 6 i 7. Wynika to ze wzrostu reaktancji zwarcia maszyny (reaktancji zwarcia schematu zastępczego dla składowej przeciwnej) z częstotliwością. Porównanie rysunków 6 i 7 pokazuje, że podobnie jak dla interharmonicznych zgodnych, na wartości skuteczne prądów interharmonicznych przeciwnych większy wpływ ma zjawisko wypierania prądów we wirniku, niż zmiany rezystancji faz stojana z temperaturą.



Rysunek 6. Zależność wartości skutecznej prądu interharmonicznego przeciwnej od jej częstotliwości

Kwestią otwartą pozostaje właściwe – z punktu widzenia wyznaczenia strat mocy i temperatur – uwzględnienie zjawiska wypierania prądu we wirniku maszyny klatkowej i strat dodatkowych od interharmonicznych, występujących także w stojanie. Wydaje się, że dla interharmonicznych zgodnych i dla  $2 > h > 1$ , z uwagi na indukowanie w wirniku kręcącym się z prędkością podsynchroniczną napięć i prądów interharmonicznych o częstotliwościach nie przekraczających wartości  $f_l = f_N$ , moż-



**Rysunek 7.** Zależność wartości skutecznej prądu interharmonicznej od jej częstotliwości

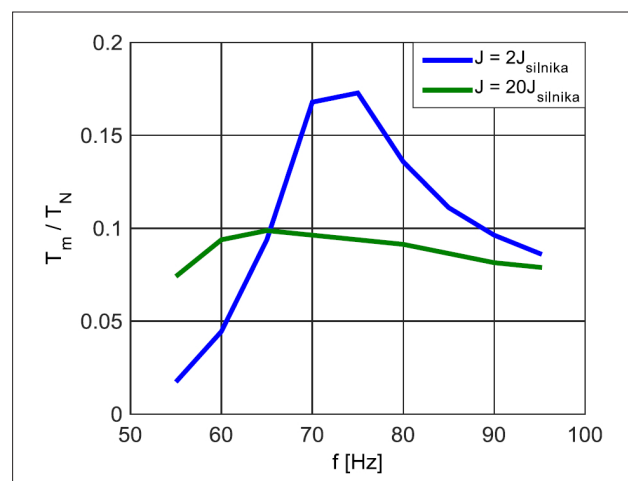
na posługiwać się zależnościami  $R_r'(f)$  i  $L_{sr}'(f)$  wyznaczonymi w procesie identyfikacji parametrów schematu zastępczego silnika z wypieraniem prądów we wirniku. Jednakże zależność strat dodatkowych w stanie od częstotliwości pozostaje nieznana. Propozycji literaturowych jest wiele – pewną ich część zebrano w [6]. Niestety, rezultaty obliczeń strat mocy maszyny wykonywanych z ich użyciem często są istotnie różne [6]. Problem dotyczy wszystkich takich sytuacji, kiedy w wirniku i/lub stojanie maszyny płyną prądy o częstotliwościach istotnie wyższych od ich częstotliwości znamionowych. Proste i intuicyjne zrozumiałe wzory wyprowadzone w [1] mają zastosowanie tylko dla subharmonicznych zgodnych i w sytuacji braku wahań prędkości maszyny. Dla wszystkich innych sytuacji, w tym przedstawionych w artykule, zaniżają one w stopniu istotnym straty mocy w maszynie i jej temperatury.

## Wahania prędkości silnika

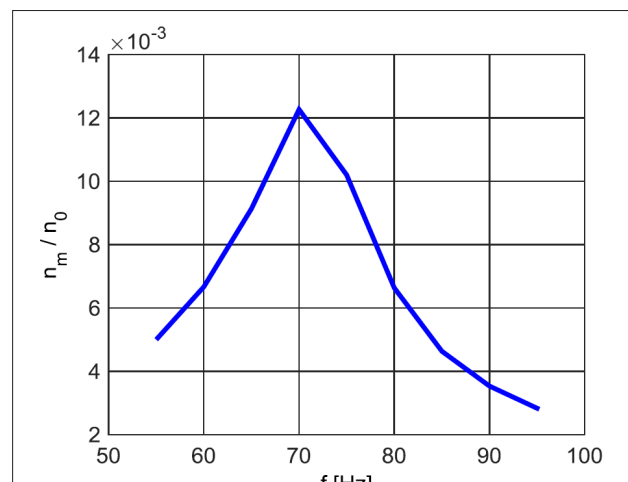
Przy zasilaniu silnika napięciem zawierającym interharmoniczne zgodne, silnik generuje momenty przemienne, praktycznie sinusoidalne, o częstotliwościach będących różnicą częstotliwości interharmonicznej i częstotliwości podstawowej. Rysunek 8 przedstawia pochodzącą z pełnodynamicznych symulacji zależność amplitudy  $T_m$  generowanego momentu elektromagnetycznego od częstotliwości interharmonicznej zgodnej, dla silnika Sg100L-4B i dwóch różnych momentów bezwładności napędu, przy wartości danej interharmonicznej  $U_h = 2.5\%U_N$ ,  $U_1 = U_N$ . Dla  $J = 2J_{silnika}$  amplituda momentu przemiennego zależy od częstotliwości przede wszystkim z powodu zjawisk rezonansowych w maszynie indukcyjnej. Występujący rezonans widoczny jest również na symulacyjnej zależności amplitudy  $n_m$  sinusoidalnych wahań prędkości od częstotliwości interharmonicznej, dla  $J = 2J_{silnika}$  – rysunek 9. Obliczona (wg wzoru z [7]) częstotliwość rezonansowa  $f_{rez} = 19.3$  Hz odpowiada częstotliwości interharmonicznej  $f_h = 80.7$  Hz. Ze wzrostem momentu

bezwładności napędu częstotliwość rezonansowa i amplituda oscylacji prędkości maleją. Dla  $J = 20J_{silnika}$  oscylacje prędkości praktycznie już nie występują. Rysunek 10 przedstawia obliczeniowe zależności wartości skutecznej prądu danej interharmonicznej od jej częstotliwości. Dla  $J = 2J_{silnika}$  widoczny jest rezonansowy wzrost wartości prądu, w stosunku do dwóch pozostałych krzywych. Dla obu momentów bezwładności kształty zależności prądu od częstotliwości są zbliżone do kształtów zależności amplitudy momentu przemiennego od częstotliwości.

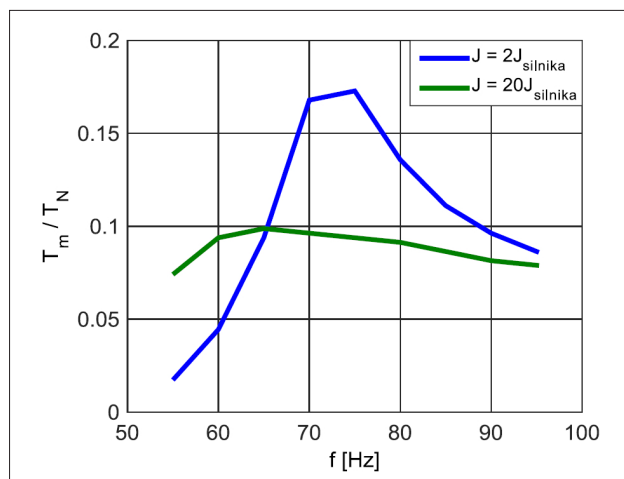
Wahania prędkości pochodzące od składowych interharmonicznych zgodnych napięcia zasilającego maszynę skutkują pojawieniem się w prądach stojana składowych subharmonicznych o zgodnym kierunku wirowania i częstotliwościach danych wzorem:  $f_{h\_sub} = 2 \cdot f_1 - f_{h\_int}$ . Symulacyjną zależność wartości skutecznej prądów subharmonicznych od ich częstotliwości przedstawia rysunek 11, dla  $J = 2J_{silnika}$ .



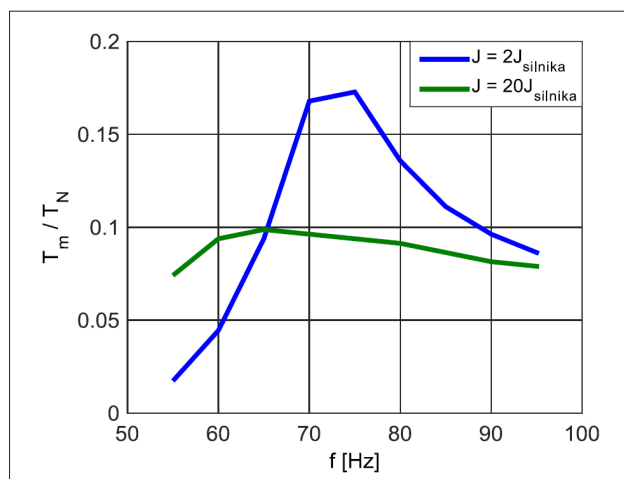
**Rysunek 8.** Zależność amplitudy momentu przemiennego od częstotliwości interharmonicznej



**Rysunek 9.** Zależność amplitudy wahań prędkości od częstotliwości interharmonicznej ( $J = 2J_{silnika}$ )



**Rysunek 10.** Zależność wartości skutecznej prądu interharmonicznego od częstotliwości



**Rysunek 11.** Zależność wartości skutecznej prądu subharmonicznego od częstotliwości ( $J = 2J_{silnika}$ )

Dla interharmonicznych o przeciwnej kolejności wirowania wahania prędkości praktycznie nie występują, z powodu dużej częstotliwości momentu przemiennego, będącej sumą  $f_1 + f_h$ . Dlatego wartości skuteczne prądów interharmonicznych przeciwnych pokrywają się z wartościami statycznymi z rysunków 6 i 7. Zbieganie się wartości prądów uzyskanych z obliczeń pełnodynamicznych i statycznych dla dużych częstotliwości momentu przemiennego widoczne jest już na rysunku 10, dla dużych ( $f_h > 90$  Hz) częstotliwości interharmonicznych zgodnych. Z tych powodów istnienie prądów interharmonicznych przeciwnych praktycznie nie powoduje pojawienia się w uzwojeniu stojana dodatkowych prądów subharmonicznych. Ich wartości symulacyjne dla silnika Sg100L-4B nie przekraczają  $0.2\%I_N$  (przy  $J = 2J_{silnika}$ ). Częstotliwość dodatkowego prądu rotora wynosi  $f_{rh} = (1 - s_1 + h) \cdot f_1$ , jest więc większa od częstotliwości podstawowej harmonicznnej  $f_1$ .

## Addytywność zaburzeń sub- i interharmonicznych

Problem addytywności zaburzeń w pracy silnika pochodzących od sub- i interharmonicznych dotyczy oddziaływania na maszynę napięcia zasilającego zawierającego w rozkładzie częstotliwościowym wiele subharmonicznych i interharmonicznych, o różnych częstotliwościach [8]. Addytywność zaburzeń oznacza, że zaburzenie pochodzące od wielu sub- i interharmonicznych jest równe sumie zaburzeń od poszczególnych składników częstotliwościowych napięcia zasilającego, działających osobno. Problem addytywności rozpatrzono pod kątem wahań momentu elektromagnetycznego silnika, wahań jego prędkości oraz przebiegów prądów stojana. Stwierdzono, że wymienione zaburzenia są addytywne, w sensie ich przebiegów czasowych. Jednakże, addytywność ta nie musi skutkować addytywnością wartości skutecznych prądów oraz amplitud oscylacji momentów i prędkości. Jest to spowodowane pojawiającymi się przesunięciami fazowymi pomiędzy przebiegami czasowymi prądów poszczególnych częstotliwości, a w konsekwencji pomiędzy przebiegami czasowymi oscylacji momentów i prędkości.

Z praktycznego punktu widzenia, użytkownika silnika najbardziej interesuje addytywność wartości skutecznych prądów oraz amplitud oscylacji momentów i prędkości. Opierając się na wynikach badań symulacyjnych (wybrane wyniki przedstawiono w tabeli 1) ustalono, że pomijając wpływ subharmonicznych na prąd magnesujący maszyny, można stwierdzić, że:

Pełna addytywność wymienionych wielkości zachodzi wówczas, gdy częstotliwości obecne w napięciu zasilającym skutkują prądami stojana, których częstotliwości są różne. Należy pamiętać, że przy wahaniami prędkości silnika, subharmoniczne i interharmoniczne napięcia zasilającego powodują również przepływ prądów o innych częstotliwościach, niż ich własne częstotliwości. W tabeli 1 sytuacja pełnej addytywności została przedstawiona dla dodatkowych częstotliwości napięć zasilających 25 Hz i 65 Hz, przy  $J = 2J_{silnika}$ .

Przy braku wahań prędkości silnika również zachowana jest pełna addytywność wymienionych wielkości, przy czym dodatkowe – w stosunku do częstotliwości obecnych w napięciu zasilającym – częstotliwości prądów stojana nie występują. Wartości skuteczne prądów o częstotliwościach obecnych w napięciu zasilającym są takie, jak w sytuacji obecności w napięciu tylko jednej częstotliwości sub- lub interharmonicznej. Amplitudy momentów elektromagnetycznych silnika od poszczególnych częstotliwości również pozostają bez zmian w stosunku do sytuacji obecności w napięciu tylko jednej częstotliwości dodatkowej. W tabeli 1 taka sytuacja ma miejsce dla dodatkowych częstotliwości zasilania 25 Hz i 65 Hz, przy  $J = 20J_{silnika}$ . Dla częstotliwości prądów dających identyczne częstotliwości momentu, momenty te mogą się częściowo znosić, dając amplitudę momentu sumarycznego mniejszą od algebraicznej sumy

amplitud momentów składowych. Brak addytywności amplitud momentów przenosi się na brak addytywności amplitud wahań prędkości, natomiast zachowane zostają wartości skuteczne prądów. W tabeli 1 taka sytuacja ma miejsce dla dodatkowych częstotliwości zasilania 25 Hz i 75 Hz, przy  $J = 20J_{silnika}$ . Obie częstotliwości zasilania generują moment sinusoidalnie przemienne o częstotliwości 25 Hz.

Jeżeli częstotliwości obecne w napięciu zasilającym skutkują prądami stojana, których niektóre częstotliwości są identyczne i występują wahania prędkości silnika, to nie występuje addytywność ani wartości skutecznych prądów, ani amplitud wahań momentów, ani amplitud wahań prędkości. W tabeli 1 taka sytuacja ma miejsce dla dodatkowych częstotliwości zasilania 25 Hz i 75 Hz przy  $J = 2J_{silnika}$ . W sytuacji oscylacji prędkości silnika prąd o częstotliwości 25 Hz generuje przepływ prądu o częstotliwości 75 Hz, a prąd o częstotliwości 75 Hz generuje przepływ prądu o częstotliwości 25 Hz.

Należy pamiętać, że czynnikiem wpływającym na wartości skuteczne wszystkich prądów, i w ten sposób na wahania momentu i prędkości wszystkich częstotliwości, jest temperatura uzwojeń. Od wartości skutecznych prądów różnych częstotliwości zależy ona w różny sposób, z uwagi na różny z częstotliwością poziom dodatkowych strat obciążeniowych w maszynie. Straty mocy w maszynie i temperatura (wybranego punktu) maszyny są oczywiście wielkościami addytywnymi, jako wielkości skalarne.

## Wyniki i dyskusja

Przy stałej prędkości obrotowej napędu metoda obliczeń oparta o schematy zastępcze dla subharmonicznych jest poprawna, wymaga jednak uwzględnienia zmiany wartości parametrów rotora ( $R_r', L_{or}'$ ) z częstotliwością płynących prądów. Niestety, określenie dopuszczalnej termicznie obciążalności maszyny momentem i mocą równie proste, jak w przypadku obecności w napięciu zasilającym maszynę subharmonicznych zgodnych [1], nie jest możliwe. Podobnie jak dla subharmonicznych o przeciwnym następcie faz, pojawia się trudny problem prawidłowego określenia strat dodatkowych we wirniku przy relatywnie wysokich częstotliwościach indukowanych we wirniku napięć i prądów, tj. wyraźnie wyższych od  $f_{r1} = s_1 f_1$ . Choć w mniejszym stopniu, problem ten dotyczy również strat dodatkowych w stojanie, z powodu częstotliwości składowych interharmonicznych prądów stojana wyższych od  $f_1$ .

Przy niższych momentach bezwładności napędu, momenty przemienne pochodzące od niższych częstotliwości interharmonicznych zgodnych powodują pojawienie się wahań prędkości napędu, a konsekwencji w prądach stojana silnika pojawiają się częstotliwości subharmoniczne. Wahania prędkości mogą być powiększone przez zjawiska rezonansowe, zachodzące w samym silniku. Zjawiska te pogłębiają problemy z określeniem dopuszczalnej termicznie obciążalności silnika momentem i mocą. Generalnie, problem ten pozostaje otwarty [6, 9].

**Tabela 1.** Wyniki obliczeń symulacyjnych silnika Sg100L-4B obciążonego momentem znamionowym i zasilanego napięciem zawierającym harmoniczną podstawową o wartości skutecznej i częstotliwości znamionowej oraz subharmoniczną i interharmoniczną (zgodne), o amplitudzie  $2.5\%U_N$  każda

$f_h$ [Hz]	$n_m$ [obr/min]	$T_m$ [Nm]	Częstotliwość wahań prędkości i momentu [Hz]	$I_h / I_N$ [-] $f = f_h$	$I_h / I_N$ [-] $f = 2f_N - f_h$	$J / J_{silnika}$ [-]
25	43,5	10,0	25	0,368	0,0853	2
65	13,7	1,9	15	0,044	0,0610	2
25	43,5	10,0	25	0,368	0,0850	2
65	13,8	1,9	15	0,043	0,0600	2
25	2,4	5,7	25	0,258	0,0050	20
65	1,4	2,0	15	0,068	0,0065	20
25	2,4	5,6	25	0,258	0,0049	20
65	1,4	2,0	15	0,067	0,0064	20
25	2,4	5,7	25	0,258	0,0050	20
75	5,8	1,9	25	0,070	0,0026	20
25				0,257		
75	2,0	4,7	25	0,064		20
25	43,5	10,0	25	0,368	0,0853	2
75	15,3	3,5	25	0,085	0,0480	2
25	37,5	8,6	25	0,360		2
75				0,012		

## Literatura

1. Drabek T, Praca silnika indukcyjnego zasilonego napięciem zawierającym subharmoniczne, *Science, Technology and Innovation*, 2017, 1, 27–34.
2. Hanzelka Z, Jakość dostawy energii elektrycznej, Wydawnictwa AGH 2013, Kraków, Poland.
3. Ghaseminezhad M, Doroudi A, Hosseinian SH, A Novel Equivalent Circuit for Induction Motors under Voltage Fluctuation Conditions, *Electrical & Electronics Engineering*, 2012, 44, 53–61.
4. Tennakoon S, Perera S, Robinson D, Flicker attenuation – Part I: Response of three phase induction motors to regular voltage fluctuations, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2008, 23, 1207–1214.
5. Gnaciński P, Pepliński M, Szweda M, Wpływ wahań napięcia na obciążenie cieplne silnika indukcyjnego, *Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej*, Nr 66, *Studia i materiały*, Nr 32, 288–293.
6. Frank S, Lee K, Sen PK, Polese LG, Alahmad M, Waters C, Reevaluation of Induction Motor Loss Models for Conventional and Harmonic Power Flow, *North American Power Symposium (NAPS)*, 2012, 9-11 September 2012.
7. Skwarczyński J, Tertil Z, *Maszyny Elektryczne*, skrypt AGH, Wydawnictwa AGH, 1990, Kraków.
8. Gnaciński P, Pepliński M, Szweda M, Wpływ subharmonicznych i interharmonicznych napięcia na prądy w uzwojeniach silnika indukcyjnego, *Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne*, Nr 92/2011, wyd. INiME Komel, 67–71.
9. Policarpo J, de Abreu G, Emanuel AE, Induction Motor Thermal Aging Caused by Voltage Distortion and Imbalance: Loss of Useful Life and Its Estimated Cost, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2002, 38, 12–20.

---

### Article history:

Received 20 May 2018  
Received in revised form  
16 June 2018  
Accepted 17 June 2018  
Available online 27 June 2018

### Abstract

The paper discusses the effects of interharmonics, i.e. frequencies higher than the fundamental frequency, not being its total multiplicity, in the voltage supplying the induction motor. The emergence of interharmonics in a three-phase grid is mainly the result of the swinging of peak mains voltages. In induction machines, this results in the occurrence of currents with interharmonic and subharmonic frequencies, the generation of alternating moments, the swinging of the rotor speed and the change in the RMS value of the current of the fundamental frequency. The paper explores these phenomena simulation, taking into account the skin effect of currents in the rotor cage. The research was carried out both for interharmonics with a positive sequence of phases as well as for the negative sequence. The paper is a continuation of work [1].

**Key words:** induction machine, interharmonics, speed variations, resonance

---