

Praca silnika indukcyjnego zasilonego napięciem zawierającym subharmoniczne

Operation of an induction motor supplied by voltage containing subharmonics

Tomasz Drabek^{a,*}

^a AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Polska

Article history:

Received 1 December 2017

Received in revised form

22 December 2017

Accepted 23 December 2017

Available online 27 December 2017

Streszczenie

W artykule omówiono skutki obecności subharmonicznych, tj. częstotliwości niższych od podstawowej 50Hz, w napięciu zasilającym silnik indukcyjny. Pojawienie się subharmonicznych w sieci trójfazowej jest skutkiem kołysania się wartości szczytowych napięć sieciowych. W maszynach indukcyjnych powoduje to przepływ prądów częstotliwości subharmonicznych i interharmonicznych, generację momentów przemiennych, wzrost wartości skutecznej prądów podstawowej harmonicznej i kołysania prędkości wirnika. W artykule wyprowadzono wyrażenia na dopuszczalną termicznie obciążalność silnika momentem i mocą, w sytuacji zasilania go napięciem trójfazowym zawierającym subharmoniczne o zgodnej kolejności faz. Przedstawiono przeszkody do wyprowadzenia analogicznych wyrażeń dla zasilania napięciem zawierającym subharmoniczne o kolejności przeciwnej.

Słowa kluczowe: maszyna indukcyjna, subharmoniczne, obciążalność dopuszczalna, rezonans

Wstęp

Współpraca silnika indukcyjnego z napięciem zasilania zawierającym dodatkowe częstotliwości subharmoniczne ($f_h < 50\text{Hz}$) może być źródłem wielu zaburzeń w jego pracy, przede wszystkim wzrostu strat mocy w silniku i spadku wartości średniej generowanego momentu. Te przyczyny powodują konieczność obniżenia termicznie dopuszczalnej obciążalności maszyny momentem i mocą. Celem artykułu jest przedstawienie skutków zasilania silnika napięciem zawierającym częstotliwości subharmoniczne oraz wyprowadzenie wyrażeń na termicznie dopuszczalną obciążalność tak zasilonego silnika.

Głównym źródłem subharmonicznych w sieci trójfazowej 50Hz są wahania amplitudy napięcia sieciowego, typowo wolnozmiennie, o częstotliwościach nie przekraczających kilkunastu Hz. W takiej sytuacji w napięciu sieciowym pojawiają się subharmoniczne i interharmoniczne, o częstotliwościach podstawowych będących, odpowiednio, różnicą i sumą częstotliwości podstawowej i częstotliwości modulacji napięcia. Przykładowo, dla sinusoidalnej modulacji amplitudy napięcia sinusoidalnego można zapisać:

$$u_A = U_{1m} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \cdot [1 + k \cdot \sin(\omega_m \cdot t)] = U_{1m} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + 0.5 \cdot U_{1m} \cdot k \cdot \sin((\omega_1 - \omega_m) \cdot t) + 0.5 \cdot U_{1m} \cdot k \cdot \sin((\omega_1 + \omega_m) \cdot t) \quad (1)$$

gdzie: U_{1m} – amplituda podstawowej harmonicznej modulowanego napięcia, ω_1 – pulsacja podstawowej harmonicznej napięcia, ω_m – pulsacja sinusoidy modulującej, k – amplituda sinusoidy modulującej, t – czas.

Wg (1), dla sinusoidalnej modulacji amplitudy o częstotliwości f_m pojawiają się 2 dodatkowe częstotliwości w napięciu silnika: subharmoniczna $f_h = (f_1 - f_m)$ i interharmoniczna $f_{ih} = (f_1 + f_m)$.

Model silnika indukcyjnego w sytuacji obecności subharmonicznych w napięciu zasilającym

W sytuacji zasilania silnika indukcyjnego napięciem zawierającym subharmoniczne (numer harmonicznej $0 < h < 1$) można zastosować zasadę superpozycji i rozważać pracę maszyny w oparciu o schemat zastępczy dla podstawowej harmonicznej i osobne schematy zastępcze dla poszczególnych subharmonicznych [1, 2]. Warunkiem stosowalności takiego podejścia jest brak wahań prędkości silnika. Obecność subharmonicznych skutkuje generacją momentów przemiennych przez silnik, o częstotliwości podstawowej będącej różnicą pomiędzy częstotliwością harmonicznej podstawowej ($f_1 = 50\text{Hz}$) i częstotliwością subharmonicznej [2]. Warunek braku wahań prędkości spełniony jest albo dla dużych napędów indukcyjnych, o dużym momencie bezwładności (np. w [1] rozważany jest silnik o mocy

*Corresponding author: drabek@agh.edu.pl

znamionowej 500 HP = 367 kW), albo w sytuacji niskiego ilorazu U_h/f_h (niższego o rząd wielkości od ilorazu U_1/f_1), od którego liniowo zależy amplituda momentu przemiennego. Istotna jest również częstotliwość subharmonicznych. Dla częstotliwości niskich ($f_h < 15$ Hz) częstotliwość momentu przemiennego jest na tyle wysoka ($(f_1 - f_h) > 35$ Hz), że nawet w napędach małych mocy nie powinien on wywołać wahań prędkości napędu.

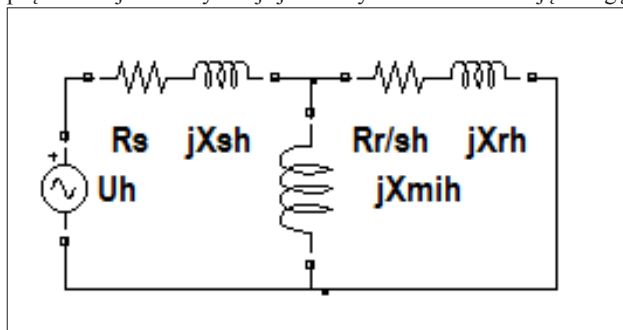
Rozważana jest sytuacja, w której napięcie zasilające pierwszą fazę stojana silnika dane jest wyrażeniem:

$$u_A(t) = U_{1m} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \sum_{h < 1} U_{hm} \cdot \cos(\omega_h \cdot t + \gamma_h) \quad (2)$$

gdzie: $U_{1m} = \sqrt{2} \cdot U_1$, U_{hm} – amplituda subharmonicznej napięcia: $U_{hm} = \sqrt{2} \cdot U_h$, ω_h – pulsacje subharmonicznych napięcia: $\omega_h = h \cdot \omega_1 = h \cdot 2\pi f_1$, $h < 1$, γ_h – przesunięcia fazowe poszczególnych subharmonicznych.

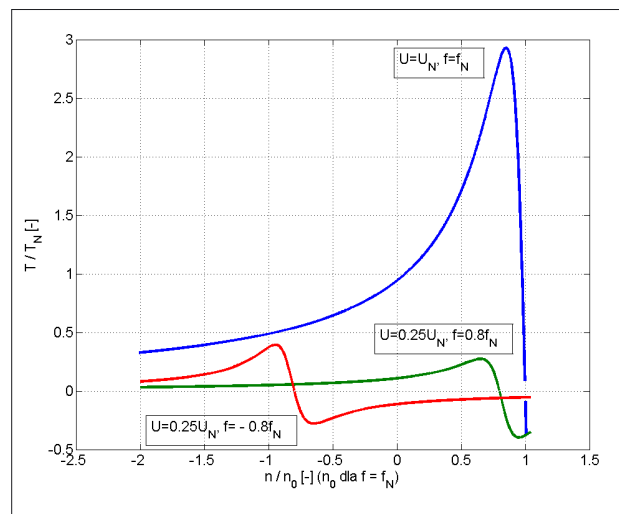
Pozostałe dwie fazy zasilone są analogicznym napięciem, przesuniętym fazowo o 120° i 240° .

W celu uwzględnienia danej subharmonicznej można posłużyć się schematem zastępczym maszyny, narysowanym dla pulsacji napięcia zasilającego $\omega_h = h \cdot \omega_1$ i poślizgu $s_h = (\pm\omega_h - p_b \cdot \omega) / (\pm\omega_h)$. Schemat ten przedstawiono na rysunku 1. Towarzyszące subharmonicznym momenty średnie na tle momentu od podstawowej harmonicznej zasilania przestawiono w funkcji prędkości maszyny na rysunku 2, przykładowo dla $f_h = 40$ Hz ($h = 0.8$), przy $U_h = 0.25U_1$ ($U_1 = U_N$). Są to dwie subharmoniczne 40 Hz, o kolejności faz dającej pole magnetyczne wirujące w kierunku zgodnym z kierunkiem obrotów wirnika silnika i o kolejności faz dającej pole magnetyczne wirujące w kierunku przeciwnym do kierunku obrotów silnika. Z rysunku 2 wynika, że dla subharmonicznych zgodnych silnik pracujący z normalną prędkością roboczą pracuje w nadsynchronizmie, a więc pracuje prądnicowo. Dla subharmonicznych przeciwnych silnik pracuje hamulcowo. W obu przypadkach momenty pochodzące od subharmonicznych są momentami hamującymi, obciążającymi silnik, co powoduje wzrost wartości prądu podstawowej harmonicznej, niezależnie od obecności prądów subharmonicznych. Rysunek 3 przedstawia wartości skuteczne prądów stojana w sytuacji jak na rysunku 2. Zwracają uwagę

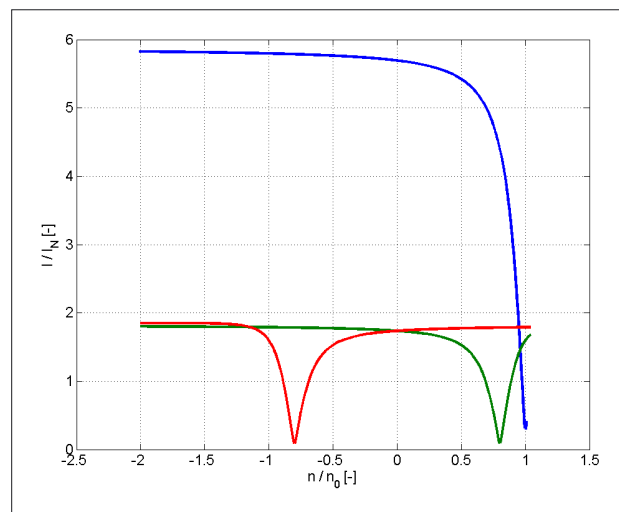


Rysunek 1. Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej dla subharmonicznej: R_s – rezystancja fazy stojana, X_{sh} – reakcja rozproszenia fazy stojana: $X_{sh} = h \cdot 2\pi f_1 \cdot L_{\sigma s}$, R_r – rezystancja fazy rotora, s_h – poślizg maszyny dla subharmonicznej, X_{rh} – reakcja rozproszenia fazy rotora: $X_{rh} = h \cdot 2\pi f_1 \cdot L_{\sigma r}$, X_μ – reakcja magnesująca: $X_\mu = h \cdot 2\pi f_1 \cdot L_\mu$

duże wartości skuteczne prądów subharmonicznych, dla prezentowanego przykładu przekraczające przy prędkości znamionowej wartość $0.75I_N$.



Rysunek 2. Przebiegi średnich momentów elektromagnetycznych silnika w funkcji jego prędkości obrotowej: kolor niebieski – moment od harmonicznej podstawowej ($h = 1$), zielony – od subharmonicznej zgodnej ($h = 0.8$), czerwony – od subharmonicznej przeciwnej ($h = -0.8$)

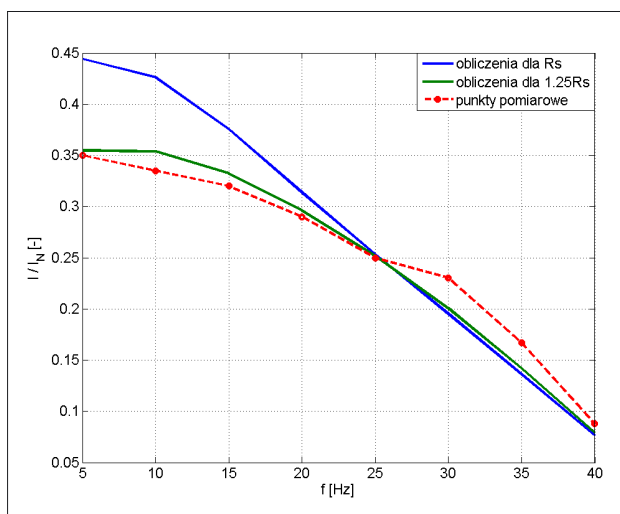


Rysunek 3. Zależności wartości skutecznych prądów stojana poszczególnych częstotliwości od prędkości obrotowej maszyny – kolory wg Rysunku 2

Wyznaczenie dopuszczalnej obciążalności silnika indukcyjnego zasilanego napięciem zawierającym subharmoniczne zgodne

Rysunek 4 przedstawia zależność wartości skutecznej prądu danej subharmonicznej zgodnej od jej częstotliwości, dla silnika klatkowego Sg100L-4B, o danych znamionowych: $P_N = 3$ kW, $n_N = 1415$ obr/min, $U_N = 380$ V Y, $I_N = 6.9$ A, $\cos\varphi_N = 0.81$. Widoczne pojedyncze punkty są wynikami pomiarów, zaprezentowanymi w [3], natomiast linie ciągłe pochodzą z własnych

obliczeń modelowych. Pomiary przedstawione w [3] wykonano dla momentu obciążenia i podstawowej harmonicznej napięcia o wartościach znamionowych oraz dla amplitudy badanych subharmonicznych równej 2.5% składowej podstawowej napięcia ($f_j = 50$ Hz). Przy tak niskiej amplitudzie napięcia subharmonicznej można mieć pewność, że momenty przemienne z nią związane nie spowodują wahań prędkości silnika, nawet dla najwyższej badanej częstotliwości ($f_h = 40$ Hz), a także nie nastąpi wzrost prądu podstawowej harmonicznej, z uwagi na znikome momenty średnie od subharmonicznych. Dlatego obliczenia modelowe wykonano dla z góry założonej stałej prędkości silnika, równej prędkości znamionowej, w oparciu o schematy zastępcze dla poszczególnych subharmonicznych, ze stałymi parametrami (rezystancjami i indukcyjnościami), zidentyfikowanymi dla stanu znamionowego maszyny. Widoczny na rysunku 4 wzrost wartości skutecznej prądów subharmonicznych wraz ze spadkiem ich częstotliwości należy tłumaczyć spadkiem reakcji maszyny dla subharmonicznych, postępującym wraz ze spadkiem częstotliwości. Widoczne różnice pomiędzy wynikami modelowymi a pomiarowymi są szczególnie duże dla subharmonicznych o niskich częstotliwościach ($f_h < 15$ Hz). Drugie wyniki obliczeń zaprezentowane na rysunku 4 dotyczą sytuacji powiększenia w obliczeniach rezystancji faz stojana maszyny o 25%. W ten sposób uzyskano znacznie lepszą zbieżność wyników pomiarowych i obliczeniowych. Należy zaznaczyć, że uzmiennienie parametrów R_r' i $L_{\sigma r}'$ z częstotliwością prądów rotora nie przyniosło poprawy odwzorowania zależności pomiarowej z rysunku 4, mimo ewidentnej poprawy odwzorowania wartości momentu i prądu rozruchowego silnika zasilonego znamionowo. Pożądany efekt dało jedynie powiększenie wartości rezystancji stojana o 25%. W realnej maszynie wzrost rezystancji uzwojenia stojana następuje ze względów termicznych i może być takiego samego rzędu. Prowadzi to do wniosku, że w realnej maszynie dodatkowe straty mocy od subharmonicznych zgodnych istotnie zależą od temperatury



Rysunek 4. Zależność wartości skutecznej prądu subharmonicznej zgodnej od jej częstotliwości

uzwojenia stojana. Dotyczy to zwłaszcza niskich częstotliwości, dla których rezystancje faz stojana w dużej mierze określają wartości prądów subharmonicznych. Podwyższona temperatura uzwojeń podwyższa też straty mocy od podstawowej harmonicznej prądów.

Dodatkowym źródłem strat mocy związanych z istnieniem subharmonicznych jest wzrost wartości skutecznej prądu magnesującego, z uwagi na nasycenie przez subharmoniczne obwodu magnetycznego maszyny. Wychodząc z wyrażenia (2) można zapisać wyrażenie na przebieg czasowy strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem fazowym w sytuacji obecności tylko jednej subharmonicznej w napięciu zasilającym:

$$\psi_A(t) \equiv \int u_A(t) dt = U_{1m} \cdot \frac{1}{\omega_1} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) + U_{hm} \cdot \frac{1}{\omega_h} \cdot \sin(\omega_h \cdot t + \gamma_h) \quad (3)$$

Wartość szczytowa strumienia (3) osiągana jest np. dla chwili czasowej $t = \pi / (2 \cdot \omega_1)$ przy kącie fazowym: $\gamma_h = \pi / 2 \cdot (1 - \omega_h / \omega_1)$ i wynosi:

$$\psi_m = U_{1m} \cdot \frac{1}{\omega_1} + U_{hm} \cdot \frac{1}{\omega_h} \quad (4)$$

Przykładowo, dla $f_h = 5$ Hz i $U_h = 2.5\%U_N$ ($U_1 = U_N$) otrzymuje się wartość $\Psi_m = 125\%\Psi_N$, natomiast dla $f_h = 40$ Hz i $U_h = 2.5\%U_N$ otrzymuje się wartość $\Psi_m = 103\%\Psi_N$. Tak więc, problem wzrostu wartości prądu magnesującego praktycznie dotyczy tylko niskich częstotliwości subharmonicznych.

W badaniach eksperymentalnych, przedstawionych w [4], badano straty mocy i temperatury w silniku Sg100L-4B, zasilanym napięciem z subharmonicznymi zgodnymi. Dla zasilania napięciem znamionowym z dodaną subharmoniczną $f_h = 5$ Hz, $U_h = 3\%U_N$, przy obciążeniu momentem znamionowym, zmierzono $I_j = 1.04I_N$, $I_h = 0.415I_N$ i dodatkowy (w stosunku do stanu znamionowego) wzrost temperatury najgorętszego miejsca maszyny, tj. czoł uzwojenia stojana od strony bez wentylatora, wynoszący 22 K. Uwzględniając zmianę rezystancji miedzianego uzwojenia stojana z temperaturą, wg wyrażenia:

$$R_s = R_{s0} \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot \Delta T) \quad (5)$$

gdzie: R_{s0} – rezystancja uzwojenia stojana w temperaturze otoczenia $T_0 < 40^\circ\text{C}$, α_{Cu} – temperaturowy współczynnik rezystancji miedzi: $\alpha_{Cu} = 0.0039\text{K}^{-1}$, ΔT – przyrost temperatury uzwojenia ponad temperaturę otoczenia: $\Delta T = (T - T_0)$,

można obliczyć przewidywany przyrost ustalonej temperatury uzwojenia stojana z proporcji mocy strat w tym uzwojeniu:

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_N} = \frac{R_s \cdot I^2}{R_{sN} \cdot I_N^2} = \frac{(1 + \alpha_{Cu} \cdot \Delta T)}{(1 + \alpha_{Cu} \cdot \Delta T_N)} \cdot \frac{I^2}{I_N^2} \quad (6)$$

Po przekształceniach otrzymuje się wyrażenie finalne, dotyczące prądów zawierających subharmoniczne zgodne:

$$\Delta T = \Delta T_N \cdot \frac{I^2}{I_N^2} \cdot \frac{1}{1 - \Delta T_N \cdot \alpha_{Cu} \cdot \left(\frac{I^2}{I_N^2} - 1\right)} \quad (7)$$

Dla omawianego przypadku kwadrat całkowitej wartości skutecznej prądu stojana wynosi:

$$I_s^2 = I_{s1}^2 + I_{sh}^2 = 1.08I_{sN}^2 + 0.172I_{sN}^2 = 1.252I_{sN}^2 \quad (8)$$

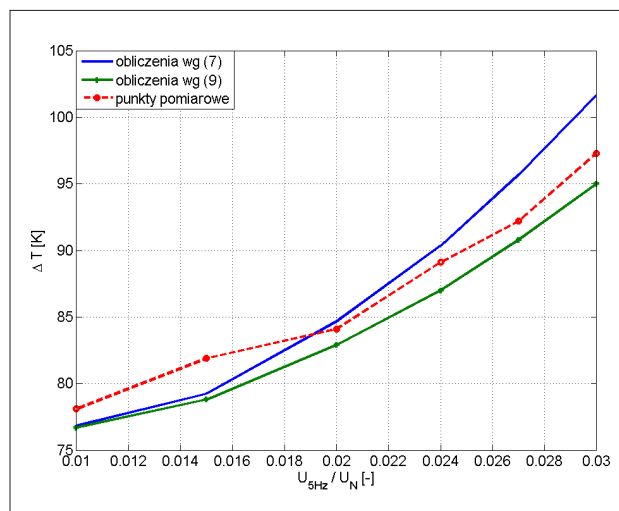
Obliczony wg (7) dla wartości prądu (8) przyrost temperatury uzwojenia stojana wynosi $\Delta T = 101.5$ K, a więc jest o 26.5 K większy niż $\Delta T_N = 75$ K (podane w [5]). Różnica 26.5 K jest większa niż zmierzona (22 K), najprawdopodobniej skutkiem nieuwzględnienia we wzorze (7) cyrkulacji ciepła w maszynie (m.in. innego nagrzewania się aluminiowej klatki wirnika). Z obliczeń modelowych (przy podwyższonej rezystancji stojana) uzyskano: $I_l = 1.04I_{sN}$, $I_h = 0.425I_{sN}$, $\Delta P_{obcl} = 530$ W, $\Delta P_{obch} = 100$ W. Obliczone znamionowe straty obciążeniowe wyniosły $\Delta P_{obcN} = 500$ W (wg danych znamionowych maszyny, całkowite znamionowe straty mocy wynoszą $\Delta P_N = 675$ W). Licząc przyrost temperatury uzwojenia stojana na podstawie stosunku strat obciążeniowych uzyskuje się:

$$\Delta T = \Delta T_N \cdot \frac{\Delta P_{obcl} + \Delta P_{obch}}{\Delta P_{obcN}} = 95K \quad (9)$$

Dodatkowy w stosunku do ΔT_N przyrost temperatury wynosi więc 20 K, co również jest wartością zbliżoną do pomiarowej.

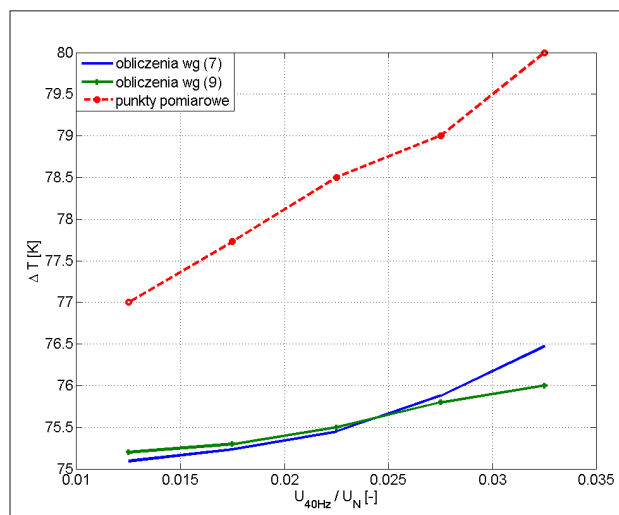
Rysunek 5 przedstawia zależność przyrostu temperatury uzwojenia stojana od znormalizowanej do napięcia znamionowego wartości skutecznej napięcia subharmonicznej 5 Hz. Punkty pomiarowe pochodzą z [4], linie ciągłe pochodzą z obliczeń wg wzoru (7) oraz z obliczeń modelowych, finalnie wg wzoru (9). Widoczne rozbieżności nie przekraczają 5 K. Rysunek 6 przedstawia zależność przyrostu temperatury uzwojenia stojana od znormalizowanej do napięcia znamionowego wartości skutecznej napięcia subharmonicznej 40 Hz. Analogicznie jak na rysunku 5 wartości pomiarowe pochodzą z [4], a linie ciągłe z obliczeń wg wzorów (7) i (9). Widoczne rozbieżności również nie przekraczają 5 K, aczkolwiek procentowo są większe niż na rysunku 5. Może to być skutkiem nieuwzględnienia w obliczeniach strat dodatkowych w stojanie, dla $f_h = 40$ Hz już realnie istniejących, w przeciwieństwie do $f_h = 5$ Hz [6].

Zdecydowanie większe przyrosty temperatur przedstawiono w [7] (do 36 K na czołach uzwojenia stojana silnika SZJe34a o mocy znamionowej $P_N = 3$ kW), jednakże nie ma pewności, że na ich wielkość nie wpłynęły wahania prędkości silnika. Prędkość nie była bowiem kontrolowana, a częstotliwość bada-



Rysunek 5. Zależność ustalonego przyrostu temperatury uzwojenia stojana od wartości skutecznej napięcia subharmonicznej zgodnej 5 Hz

nej subharmonicznej zgodnej była wysoka ($f_h = 40$ Hz = $0.8f_N$), przy dość dużej jej amplitudzie ($U_h = 9.6\%U_l = 9.6\%U_N$) i małym momencie bezwładności całego zestawu elektromaszynowego (z maszyną badaną była połączona druga o zbliżonej mocy znamionowej). Symulacyjnie sprawdzono, że wahania prędkości przy takim zasilaniu silnika Sg100L-4B (przyjmując moment bezwładności całego napędu $J = 2J_{silnika}$) są na tyle duże, że oprócz prądu 40 Hz o wartości skutecznej $20\%I_N$ pojawia się również składowa interharmoniczna prądów maszyny, o częstotliwości $f_{ih} = 60$ Hz i wartości skutecznej $7\%I_N$. Stanowi ona źródło dodatkowych strat mocy w maszynie.



Rysunek 6. Zależność ustalonego przyrostu temperatury uzwojenia stojana od wartości skutecznej napięcia subharmonicznej zgodnej 40 Hz

Zgodność obliczeniowych krzywych temperaturowych z rysunków 5 i 6 z literaturowymi danymi pomiarowymi pozwala stwierdzić, że nagrzewanie się uzwojenia stojana skutkiem istnienia subharmonicznych zgodnych w napięciu zasilającym nie wiąże się z żadnymi dodatkowymi stratami mocy (o ile prędkość silnika pozostaje stała) i zależy od kwadratu całkowitej

wartości skutecznej prądu stojana oraz od wielkości rezystancji tego uzwojenia, zmieniającej się z temperaturą. Widoczne na rysunkach 5 i 6 różnice temperatur zmierzonych i obliczonych nie przekraczają 5 K, co jest skutkiem przyjęcia ogólnie znanych założeń upraszczających towarzyszących formułowaniu proporcji (6). Na podstawie tych wniosków można zapisać:

$$\frac{\Delta P_{obcdop}}{\Delta P_{obcN}} = \frac{I_{1dop}^2}{I_N^2} \quad (10)$$

gdzie: ΔP_{obcdop} – dopuszczalne termicznie obciążeniowe straty mocy w silniku zasilonym napięciem odkształconym, pochodzące od podstawowej harmonicznej zasilania, I_{1dop} – dopuszczalna termicznie wartość skuteczna prądu podstawowej harmonicznej.

Wartość I_{1dop} można wyliczyć z równania:

$$I_{dop}^2 = I_N^2 = I_{1dop}^2 + \sum_{h<1} I_h^2 \quad (11)$$

Uwzględniając, że:

$$\frac{T_{obcdop}}{T_N} = \sqrt{\frac{\Delta P_{obcdop}}{\Delta P_{obcN}}} \quad (12)$$

uzyskuje się wyrażenie na dopuszczalną termicznie obciążalność silnika momentem:

$$\frac{T_{obcdop}}{T_N} = \sqrt{1 - \sum_{h<1} \frac{I_{sh}^2}{I_{sN}^2}} \quad (13)$$

Termicznie dopuszczalna moc obciążenia silnika można policzyć jako iloczyn dopuszczalnego momentu obciążenia wg (13) i prędkości obrotowej maszyny, wyrażonej przez jej poślizg, przy założeniu jego liniowej zmiany z momentem obciążenia maszyny:

$$s = \frac{s_N}{T_N} \cdot T_{obc} \quad (14)$$

gdzie: s – poślizg roboczy, s_N – poślizg znamionowy, T_N – moment znamionowy, T_{obc} – moment obciążenia silnika, ω_0 – prędkość synchroniczna silnika: $\omega_0 = \omega_1 / p$, p – liczba par biegunów maszyny.

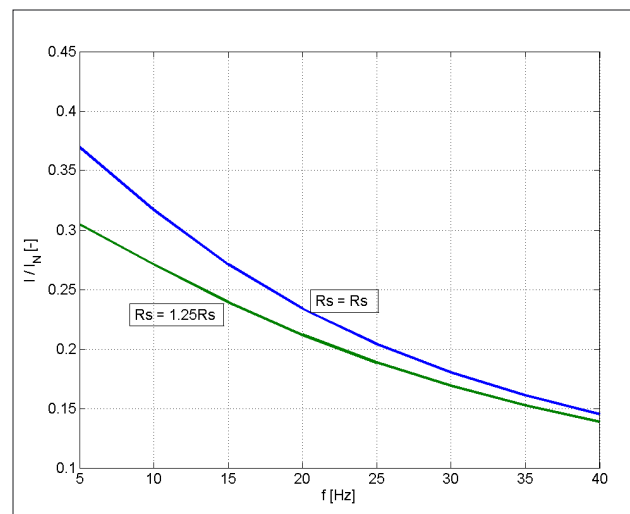
$$P_{obcdop} = T_{obcdop} \cdot \left(1 - \frac{s_N}{T_N} \cdot T_{obcdop}\right) \cdot \omega_0 \quad (15)$$

Po wstawieniu do wyrażenia (15) wyrażenia (13) i obustronnym wydzieleniu przez moc znamionową silnika ($P_N = T_N \cdot \omega_N = T_N \cdot \omega_0 \cdot (1 - s_N)$) uzyskuje się wyrażenie na dopuszczalną moc obciążenia silnika:

$$\frac{P_{obcdop}}{P_N} = \frac{\sqrt{1 - \sum_{h<1} \frac{I_{sh}^2}{I_{sN}^2}}}{(1 - s_N)} \cdot (1 - s_N) \cdot \sqrt{1 - \sum_{h<1} \frac{I_{sh}^2}{I_{sN}^2}} \quad (16)$$

Dla $s_N \approx 0$ wyrażenie (16) redukuje się do wyrażenia (13).

Na rysunku 7 przedstawiono obliczeniowe zależności wartości skutecznej prądu subharmonicznej o przeciwnej kolejności wirowania od jej częstotliwości, dla silnika klatkowego Sg100L-4B, dla dwóch wartości rezystancji stojana R_s . Można zauważyć, że mimo przeciwnego kierunku wirowania pola magnetycznego subharmonicznych, wartości prądów są ogólnie zbliżone do wartości z rysunku 4, zwłaszcza dla niskich częstotliwości. Oznacza to, że wpływ subharmonicznych niskich częstotliwości kolejności przeciwnej na straty mocy będzie zbliżony do wpływu subharmonicznych zgodnych, co potwierdzają szczegółowe wyliczenia przedstawione w [8]. Subharmoniczne kolejności przeciwnej o wyższych częstotliwościach będą powodowały jednak generalnie istotnie większe straty mocy niż subharmoniczne kolejności zgodnej, z uwagi na indukowanie w wirniku maszyny wyższych częstotliwości niż normalnie tam występujące i wyższych niż f_r : $f_{rh} = (1 + h - s) \cdot f_r$, podczas gdy dla subharmonicznych zgodnych: $f_{rh} = (1 - h - s) \cdot f_r$.



Rysunek 7. Zależność wartości skutecznej prądu subharmonicznej przeciwnej od jej częstotliwości

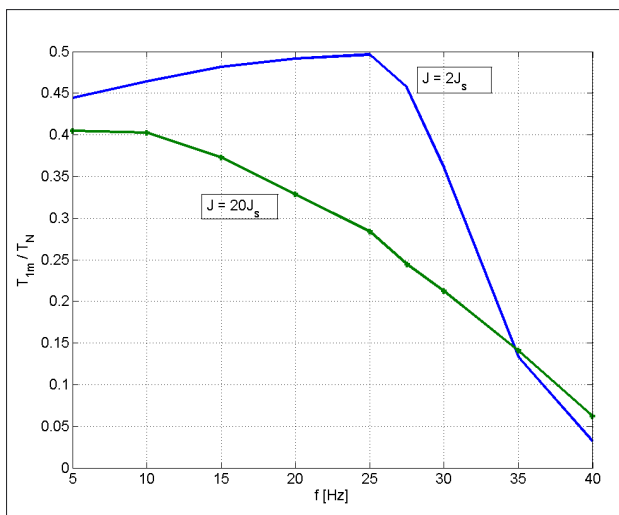
Wahania prędkości silnika

Przy zasilaniu silnika indukcyjnego napięciem zawierającym subharmoniczne zgodne silnik generuje momenty przemienne, praktycznie sinusoidalne, o częstotliwościach będących różnicą częstotliwości podstawowej i subharmonicznej. Rysunek 8 przedstawia, pochodzącą z pełnodynamicznych symulacji, zależność amplitudy T_{lm} generowanego sinusoidalnego momentu elektromagnetycznego od częstotliwości subharmonicznej zgodnej, dla silnika Sg100L-4B i 2 różnych momentów

bezwładności napędu, przy zawartości subharmonicznej $U_h = 2.5\%U_p$, dla $U_i = U_N$. Amplituda momentu zależy od momentu bezwładności napędu, przede wszystkim z uwagi na występujące w silniku zjawiska rezonansowe, zależne m.in. od momentu bezwładności napędu. Wyliczona wg (17) [9] częstotliwość rezonansowa wynosi $f_{rez} = 19.3$ Hz dla momentu bezwładności $J = 2J_{silnika}$. Odpowiada ona częstotliwości subharmonicznej $f_h = 30.7$ Hz (przy $f_1 = 50$ Hz). Dla $J = 12J_{silnika}$ częstotliwość rezonansowa wynosi $f_{rez} = 0$, czyli maszyna nie wykazuje rezonansu.

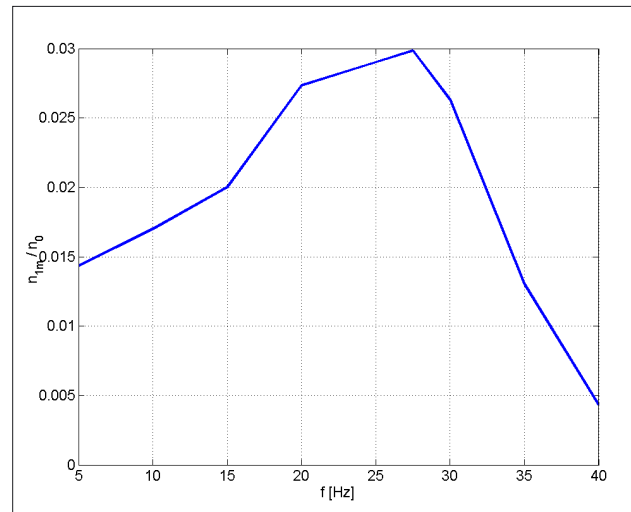
$$f_{rez} = \frac{1}{4\pi \cdot T_e} \sqrt{4 \frac{T_e}{T_m} - 1} \quad (17)$$

gdzie: T_e – elektromagnetyczna stała czasowa silnika pracującego z normalnymi poślizgami roboczymi, $T_e = L_{zs} / R_r'$, $L_{zs} = L_{os} + L_\mu \cdot L_{or}' / (L_\mu + L_{or}')$, $T_e = 9.3$ ms, T_m – elektromechaniczna stała czasowa silnika pracującego z normalnymi poślizgami roboczymi, $T_m = J / \beta$, przyjęto sztywność statycznej ch-ki mechanicznej silnika wokół punktu prędkości znamionowej jako $\beta = T_N / (\omega_0 - \omega_N)$, $T_m = 6.15$ ms dla $J = 2J_{silnika}$ i $T_m = 61.5$ ms dla $J = 20J_{silnika}$.

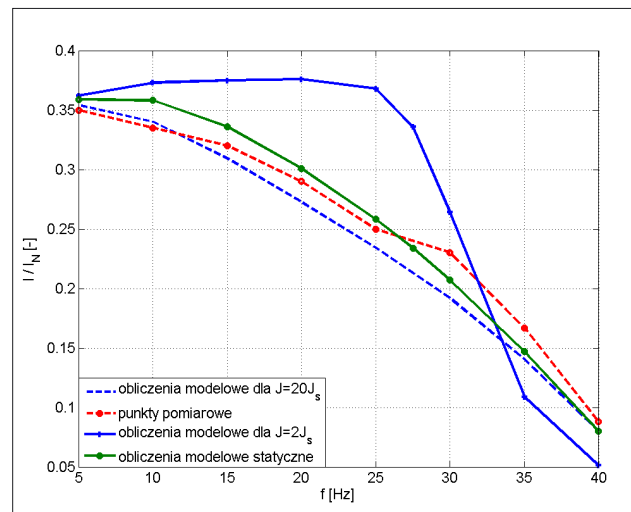


Rysunek 8. Zależność amplitudy momentu przemiennego silnika od częstotliwości subharmonicznej

Występujący rezonans widoczny jest na symulacyjnej zależności amplitudy n_{1m} sinusoidalnych wahań prędkości od częstotliwości subharmonicznej, dla $J = 2J_{silnika}$ – rysunek 9. Dla $J = 20J_{silnika}$ oscylacje prędkości praktycznie nie występują. Rysunek 10 przedstawia pomiarową i obliczeniową zależność wartości skutecznej prądu danej subharmonicznej od jej częstotliwości. Widoczny jest rezonansowy wzrost tych wartości dla $J = 2J_{silnika}$. Dla obu momentów bezwładności kształty zależności prądu od częstotliwości są zbliżone do kształtów zależności amplitudy momentu przemiennego od częstotliwości.

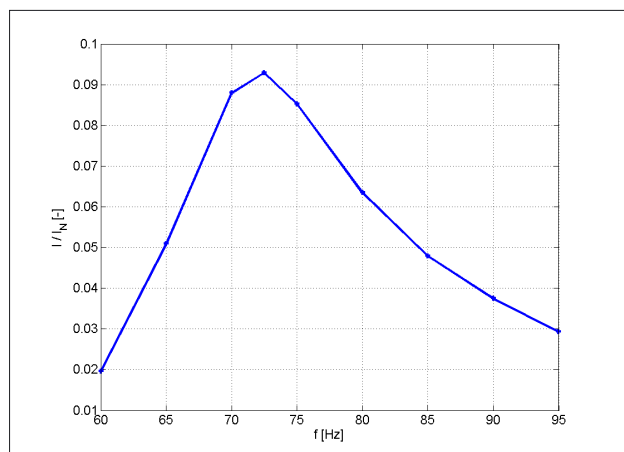


Rysunek 9. Zależność amplitudy wahań prędkości silnika od częstotliwości subharmonicznej



Rysunek 10. Zależność wartości skutecznej prądu subharmonicznej zgodnej od jej częstotliwości

Wahania prędkości pochodzące od składowych subharmonicznych zgodnych napięcia zasilającego maszynę skutkują pojawieniem się w prądach stojana składowych interharmonicznych o zgodnym kierunku wirowania i częstotliwościach $f_{ih} = 2 \cdot (f_1 - f_h)$, a więc dla maszyny zasilanej napięciem o częstotliwości $f_1 = 50$ Hz, o częstotliwościach z przedziału od 50 Hz do 100 Hz. Symulacyjną zależność wartości skutecznej prądów interharmonicznych od ich częstotliwości przedstawia rysunek 11, dla $J = 2J_{silnika}$. Pojawienie się w prądach stojana maszyny dodatkowych częstotliwości większych od częstotliwości znamionowej, podważa stosowalność wzorów (7), (9), (13), (16), z uwagi na dodatkowe straty mocy od wyższych częstotliwości, przede wszystkim w stojanie. W wirniku od składowych interharmonicznych prądów stojana pojawiają się częstotliwości $f_{rih} = (h_{int} - 1 + s) \cdot f_1$, a więc dla $2 > h_{int} > 1$ nie większe od f_1 , tak jak częstotliwości pochodzące od subharmonicznych.



Rysunek 11. Zależność wartości skutecznej prądu interharmonicznej zgodnej od jej częstotliwości, dla momentu bezwładności napędu $J = 2J_{silnika}$

Dla subharmonicznych o przeciwnej kolejności wirowania uzyskane z obliczeń pełnodynamicznych wartości skuteczne prądów subharmonicznych nie zależą od wahań momentu elektromagnetycznego i pokrywają się z wartościami statycznymi z rysunku 7. Jest to rezultatem dużej częstotliwości tych wahań, będącej sumą ($f_1 + f_h$). Zbieganie się wartości prądów uzyskanych z obliczeń pełnodynamicznych i statycznych (a także z pomiarów) widoczne jest już na rysunku 10, dla małych częstotliwości subharmonicznych zgodnych, czyli dużych częstotliwości oscylacji momentu ($f_1 - f_h$). Tak więc krzywa prądów z rysunku 7 stanowi przedłużenie krzywej z rysunku 10 dla ujemnych częstotliwości, jeżeli częstotliwości z rysunku 7 potraktować jako ujemne (z powodu przeciwnej kolejności wirowania pola magnetycznego subharmonicznych kolejności przeciwnej). Ponieważ wpływ wysokoczęstotliwościowych wahań momentu na zachowanie się maszyny jest znikomy, więc istnienie prądów subharmonicznych przeciwnych praktycznie nie powoduje pojawienia się w uzwojeniu stojana prądów interharmonicznych przeciwnych, o spodziewanych częstotliwościach ($2f_1 + f_h$). Ich wartości symulacyjne dla silnika Sg100L-4B nie przekraczają $1.8\%I_{sN}$ (przy $J = 2J_{silnika}$). Częstotliwość dodatkowego prądu rotora subharmonicznych przeciwnych wynosi: $f_{rh} = (1 + h - s) \cdot f_p$, jest więc większa od częstotliwości podstawowej f_1 i przy $f_1 = f_N$ znacznie większa od znamionowej częstotliwości prądów rotora $f_{r1} = s_N \cdot f_N$.

Wyniki i dyskusja

Podsumowując można stwierdzić, że przy stałej prędkości obrotowej silnika metoda obliczeń oparta o schematy zastępcze dla subharmonicznych jest poprawna, wymaga jednak uwzględnienia temperatury uzwojenia stojana i odpowiedniej identyfikacji parametrów schematu zastępczego maszyny. Uwaga ta dotyczy w pierwszym rzędzie rezystancji faz stojana, jako decydującej o stratach mocy od subharmonicznych zgodnych i także o wartościach prądów subharmonicznych niskich częstotliwości ($f_h < 15$ Hz). Umożliwia to proste określenie dopuszczalnej termicz-

nie obciążalności maszyny momentem i mocą dla przypadku obecności w napięciu zasilającym maszynę subharmonicznych zgodnych. Dla subharmonicznych o przeciwnym następstwie faz pojawia się nierozwiązany problem prawidłowego określenia strat dodatkowych we wirniku, z uwagi na wysoką częstotliwość indukowanych we wirniku napięć i prądów, większą od podstawowej częstotliwości zasilania stojana. Należy zaznaczyć, że wzrost temperatury uzwojenia stojana jest na tyle duży nawet przy procentowo małej zawartości subharmonicznych (w artykule max. $3.25\%U_N$), że w silniku trwale zasilanym takim napięciem konieczna byłaby zmiana termicznej klasy izolacji. Zmierzone i obliczone dodatkowe przyrosty temperatury są bowiem porównywalne ze zmianą dopuszczalnego przyrostu temperatury uzwojeń przy zmianie klasy izolacji.

Ponieważ rezystancje uzwojeń silników generalnie maleją ze wzrostem mocy maszyny, więc problem obecności subharmonicznych o niskich częstotliwościach w napięciu zasilającym szczególnie dotyczy dużych maszyn. Nawet niska, pojedynczo-procentowa zawartość subharmonicznych o niskich częstotliwościach w napięciu zasilającym jest groźna dla dużych silników indukcyjnych, tj. silników o mocach znamionowych rzędu kilkudziesięciu kW i większych. Z uwagi na małe rezystancje ich uzwojeń subharmoniczne niskoczęstotliwościowe mogą powodować przepływ nieproporcjonalnie dużych prądów stojana i duże straty mocy. Sytuacja wahań amplitudy napięcia jest typowa dla sieci o niskiej mocy zwarciowej (wysokiej impedancji zwarciowej), czyli dla tzw. sieci „miękkich”.

Literatura

1. M. Ghaseminezhad, A. Doroudi and S. H. Hosseinian, *Electrical & Electronics Engineering*, 2012, **44(1)**, 53–61.
2. S. Tennakoon, S. Perera and D. Robinson, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2008, **23(2)**, 1207–1214.
3. P. Gnaciński, M. Pepliński i M. Szweđa, *Zeszyty Problematyczne – Maszyny Elektryczne*, Nr 92/2011, wyd. INiME Komel, 67–71.
4. P. Gnaciński, M. Pepliński i M. Szweđa, *Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Gdyni*, 2010, **66**, 49–56.
5. P. Idziak, M. Barański, W. Łyskawiński i K. Kowalski, *Zeszyty Problematyczne – Maszyny Elektryczne*, Nr 100/2013 część II, wyd. INiME Komel, 53–58.
6. J. Policarpo, G. de Abreu and A. E. Eigeles, *The Need to Limit Subharmonics Injection*, 0-7803-6499-6/00/\$10.00 2000IEEE.
7. P. Gnaciński, M. Pepliński i M. Szweđa, *Zeszyty Problematyczne – Maszyny Elektryczne*, Nr 84/2009, wyd. INiME Komel, 97–101.
8. J. Policarpo, G. de Abreu and A. E. Eigeles, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2002, **38(1)**, 12–20.
9. J. Skwarczyński, Z. Tertil, *Maszyny Elektryczne*, skrypt AGH, Wydawnictwa AGH, 1990, Kraków.

Article history:

Received 1 December 2017

Received in revised form

22 December 2017

Accepted 23 December 2017

Available online 27 December 2017

Abstract

The paper discusses the effects of the presence of subharmonics (i.e. frequencies lower than the basic 50 Hz) in the voltage supplying the induction machine. Subharmonics in a three-phase grid are the result of the oscillations of peak values of the voltages. In induction machines, this results in the subharmonic and interharmonic currents, the generation of alternating moments, the increase in the rms value of the current of the fundamental harmonic and the oscillations of the rotor speed. In the paper is derived expression on the thermally acceptable load of the motor (by torque and power), in the case of supplying it by three-phase voltage containing a positive sequence of subharmonics. It presented the obstacles to derive the analogical expression for power supply containing a negative sequence of subharmonics.

Key words: induction machine, subharmonics, acceptable load, resonance
