

**Wykorzystanie analizy cross-spektralnej  
do badania zmian wartości indeksów giełdowych  
The use of cross-spectral analysis to study changes  
in the value of stock market indices**

**Mateusz Mierzejewski**

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

---

### **Summary**

**Aim of the study:** The aim of the article was to examine the relationships between the main Polish index, the WIG index and selected global indices, which was intended to depict the pace and direction of the impact of changes on global financial markets.

**Materials and methods:** The study was conducted using a cross-spectral analysis tool, which was to determine the direction of existing relationships. Five time series were created to perform the analysis, which correspond to individual indices. They contain the results of changes in the value of individual indices for stock exchange days from July 1, 2011 to June 1, 2017.

**Results:** In the case of longer fluctuations, i.e. around 15 days, which were observed in the relation between the WIG index, and SnP500 and RTS, one can also indicate a clear delay in movements in the fluctuation of the Polish index value of around 10-12 days. In addition, numerous time dependencies between indices have been demonstrated, especially for the average period defined in the work.

**Conclusions:** The WIG index is characterized by a slower rate of absorption of short-term information, as indicated by the results of delays occurring in the analyzed period. This effect indicates the unstable role of the financial market in Poland. The strongest reactions of the WIG index were observed in relation to changes in the value of the American SnP500 index and the German DAX index.

**Słowa kluczowe:** indeksy giełdowe, analizę spektralną, indeks WIG.

---

## Wstęp

Dzięki nowoczesnym źródłom przekazu, jak również postępującej ich unifikacji gracze giełdowi coraz częściej wyznaczają zbliżony kierunek swoich ruchów w odpowiedzi na dane zjawiska gospodarcze. Decyzje te wręcz w natychmiastowy sposób przekładają się na reakcje na rynkach nie tylko lokalnych, lecz również światowych [4]. Warto jednak podkreślić, iż relatywna siła poszczególnych parkietów oraz stopień wzrostu lub spadku rynku jest różny w poszczególnych krajach. Powiązania na światowych rynkach finansowych stanowią więc nieodłączny element globalnej gospodarki. Siła tych powiązań jest jednak różna i zależy od sytuacji jaka w danej chwili panuje w gospodarce realnej. Wskazuje się, iż tego rodzaju siła zależności jest dużo wyższa w czasach kryzysów finansowych, które są krótkie, ale bardzo intensywne [3]. Zauważono, że podczas okresów pozbawionych nadzwyczajnych zdarzeń, bankructw, czy masowych problemów państw z długiem, korelacje występujące między rynkami finansowymi są słabe, jednakże wyraźnie wzrastają, jeżeli inwestorzy mają do czynienia ze zjawiskiem nagłego spadku cen [10].

Celem artykułu było zbadanie zależności występujących między głównym polskim indeksem, indeksem WIG, a wybranymi indeksami globalnymi, co było zamierzone, aby zobrażać tempo, jak i kierunek wpływu zmian na światowych rynkach finansowych. Usytuowanie polskiej giełdy na arenie międzynarodowej pozwoliło ocenić postępy polskiej gospodarki na drodze globalizacji i rozwoju gospodarczego, poprzez określenie siły i sposobu powiązań z innymi rynkami.

## Metodologia i cel pracy

W naukach ekonomicznych stosuje się wiele narzędzi służących analizie zależności związanych z cyklicznością. Jednym z nich jest analiza spektralna, która pozwala na zbadanie wahań o różnych długościach – jak wahania sezonowe, czy koniunkturalne [11]. Prowadzi ona do dekompozycji szeregu czasowego na kilka funkcji sinus i cosinus o różnych okresach. Termin „widmo”, „spektrum”, które pojawiło się w naukach ekonomicznych pochodzi z nauk chemicznych oraz fizycznych i dotyczy zjawiska rozdzielenia przez pryzmat światła białego, co prowadzi do powstania różnych widm („kolorów”) dla danych częstotliwości. W naukach przyrodniczych zjawisko to umożliwia identyfikację pierwiastków emitujących określony rodzaj światła. Sama analiza pozwala na odkrycie cykli o różnych okresach, amplitudach i wkładzie w ogólną dynamikę szeregu. Dzięki takiej analizie zbadać można w danym szeregu

czasowym kilka cykli o różnych okresach i amplitudach oraz o różnym wkładzie w ogólną dynamikę szeregu [7]. Analiza ta znajduje więc swoje zastosowanie w badaniach szeregów czasowych kursów walutowych [2], notowań akcji na giełdzie [3;9], czy zmian w poziomie wskaźników ekonomicznych [6]. Jest więc możliwa do zastosowania wszędzie tam, gdzie może pojawić się zjawisko periodyczności [5].

Oszacowanie widma odbywa się w oparciu o zbiór empirycznych obserwacji dla szeregu czasowego  $\{y_t : t = 1, 2, \dots, T\}$ , na podstawie którego prowadzone jest wnioskowanie procesu stochastycznego  $Y_t$ . Jedną z metod oszacowania widma jest zastosowanie dyskretnej transformaty Fouriera, która dla szeregu  $\{y_t : t = 0, 1, \dots, T - 1\}$  jest zdefiniowana (oraz dla  $s = 0, 1, \dots, T-1$ ) jako:

$$x_s = \sum_{t=0}^{T-1} y_t e^{-2\pi i s t / T}$$

Po przeprowadzeniu odpowiednich przekształceń<sup>1</sup> funkcja periodogramu badanego procesu może być opisana wzorem:

$$f(w_s) = \frac{1}{2\pi} (\gamma_0 + 2 \sum_{j=1}^{T-1} \gamma_j \cos(jw_s)),$$

gdzie kolejne  $\gamma_j$  (dla  $j = 0, 1, \dots, T-1$ ) są wartościami współczynników autokorelacji w próbie.

W celu zbadania zależności między dwoma zmiennymi konieczne jest przeprowadzenie analizy widma wzajemnego stacjonarnego (tzn.  $cov(x_s; y_{s+j}) = cov(x_t; y_{t+j}) \forall (s, t, j)$ ) procesu dwuwymiarowego  $\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix}$ ,  $t \in \mathbb{N}$ . Funkcja widma takiego procesu ma postać [7]:

$$f(\omega) = \begin{bmatrix} f_{xx}(\omega) & f_{xy}(\omega) \\ f_{yx}(\omega) & f_{yy}(\omega) \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega j} \Gamma(j)$$

$\Gamma(j)$  jest funkcją autokowariancji omawianego procesu równą  $\begin{bmatrix} \gamma_{xx}(j) & \gamma_{xy}(j) \\ \gamma_{yx}(j) & \gamma_{yy}(j) \end{bmatrix}$

gdzie  $\gamma_{xx}(j) = cov(x_t; x_{t-j})$ ,  $\gamma_{xy}(j) = cov(x_t; y_{t-j})$ ,  $\gamma_{yy}(j) = cov(y_t; y_{t-j})$ ,  $\gamma_{yx}(j) = cov(y_t; x_{t-j})$ . Przekątne funkcji widma omawianego procesu dwuwymiarowego to: gęstości procesów jednowymiarowych  $(x_t, y_t)$  które przyjmują wartości odpowiednio

<sup>1</sup> Mowa w tym miejscu o wykorzystaniu transformaty Fouriera oraz wykazaniu, iż zachodzi równość Parsewala. Więcej na ten temat w: Talaga L., Zieliński Z., *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, 1986, Warszawa.

$f_{xx}(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{xx}(j) e^{-iwj}$ ,  $f_{yy}(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{yy}(j) e^{-iwj}$  oraz funkcje wzajemnej gęstości widmowej  $f_{xy}(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{xy}(j) e^{-iwj}$ ,  $f_{yx}(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{yx}(j) e^{-iwj}$ .

W pracy wykorzystano również współczynnik koherencji wielorakiej umożliwiający wskazanie składników częstości dwóch szeregów czasowych, które są ze sobą skorelowane. Przyjmuje on wartości z przedziału  $[0,1]$ .

W badaniu zastosowano narzędzie analizy cross-spektralnej, a także przy interpretacji wyników posłużono się wartościami: w pierwszej kolejności koherencji wielorakiej, której wysoka wartość wskazuje na istotność relacji dwóch zmiennych dla danej częstotliwości, w drugiej zaś gęstości spektralnej poszczególnych zmiennych, których wysoka wartość dla danej częstotliwości informuje o wysokiej istotności tejże częstotliwości w kształtowaniu się zmian wartości analizowanego szeregu czasowego. Ostatnim etapem było obliczenie wartości przesunięć występujących pomiędzy analizowanymi szeregami, tak aby uzyskać informację o przyczynowości analizowanych zjawisk.

Operacjonalizacja zaplanowanych w artykule badań polegała na przeprowadzeniu analizy występujących na rynkach zależności między indeksem WIG, a czterema wybranymi indeksami światowymi, tj.: amerykańskim SnP500, niemieckim DAX, rosyjskim RTS oraz japońskim Nikkei.

Wybór tychże indeksów podyktowany był próbą odzwierciedlenia różnorodności gospodarki globalnej w oparciu o reprezentatywne indeksy dla danych regionów (SnP500 – Ameryka Północna, DAX – Europa Zachodnia, RTS – Europa Wschodnia, Nikkei – Azja).

W celu przeprowadzenia analizy utworzono pięć szeregów czasowych, które odpowiadają poszczególnym indeksom. Zawierają one wyniki zmian wartości poszczególnych indeksów dla dni giełdowych w okresie od 01.07.2011 do 01.06.2017 roku. Dobór okresu badania wynika z próby ograniczenia zaburzeń losowych w ruchach giełdowych (początek próby przypada na lata „po kryzysie pierwszej dekady XXI wieku”), jak również dostępności danych dla całego roku (stąd też analizowane są wyniki od połowy roku kalendarzowego). Kolejne szeregi zostały poddane wykluczeniu obserwacji, w których ze względów lokalnych, giełdy poszczególnych krajów pozostają zamknięte. W ten sposób utworzone zostały szeregi o próbie liczącej 1283 obserwacje. W celu weryfikacji stacjonarności badanych zmiennych wykorzystano dwa testy diagnostyczne: Dickeya-Fullera i Philipasa-Perrona [8]. Wyniki testów we wszystkich przypadkach wskazywały na stacjonarność analizowanych szeregów czasowych.

Ze względu na długość szeregów dokonano podziału analizy relacji między dwoma indeksami (indeks WIG – wybrany indeks światowy) na trzy arbitralne długości:

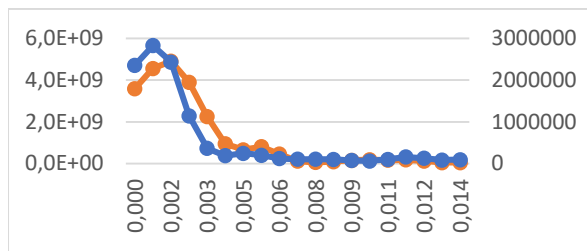
- krótkookresowa (częstotliwość 0 – 0,015, czemu odpowiadają wahania długości około 0 – 19 dni sesyjnych);
- średniookresowa (częstotliwość 0,015 – 0,167, czyli 19 – 213 dni sesyjnych),
- długookresowa (częstotliwości powyżej 0,167).

W każdym więc miejscu, kiedy w artykule wskazuje się na krótki, średni, bądź długi okres ma na myśli powyższy podział.

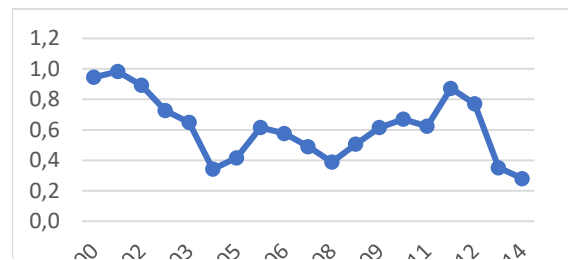
## Wyniki analizy badanych szeregów czasowych

Wyniki przeprowadzonej analizy spektralnej dokonano podziału wyników na trzy okresy, które zostały przedstawione odrębnie dla każdej pary indeksów. Wybrane dla każdej relacji istotne częstotliwości znajdują się w tabelarycznym zestawieniu umożliwiającym przeprowadzenie interpretacji otrzymanych wyników.

Wykres 1. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu SnP500 dla krótkiego okresu.



Wykres 2. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu SnP500 dla krótkiego okresu.



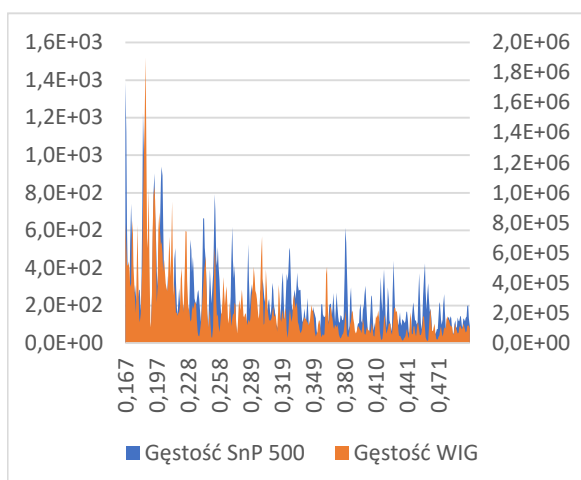
Wykres 3. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu SnP500 dla średniego okresu.



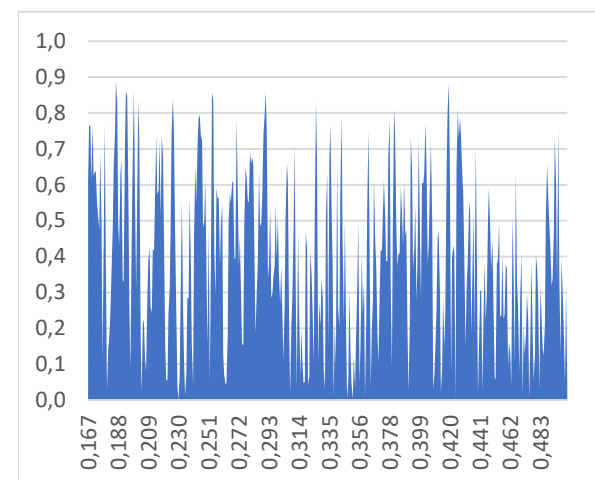
Wykres 4. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu SnP500 dla średniego okresu.



Wykres 5. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu SnP500 dla długiego okresu.



Wykres 6. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu SnP500 dla długiego okresu.

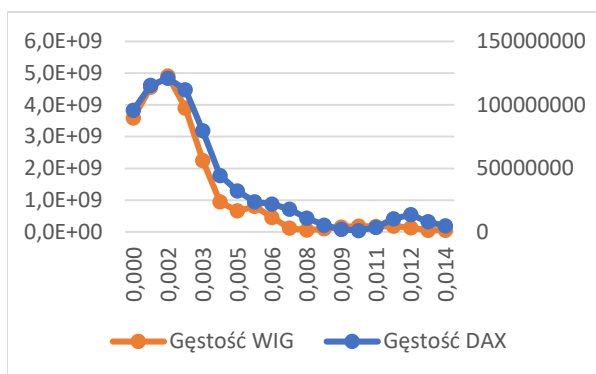


Jak obrazują wykresy 1 i 2, największą istotność w badanej relacji wykazują cykle o długości 0,001, dla których kwadrat koherencji wynosi 0,98. Jest to również najwyższy wynik gęstości cross-spektralnych badanych zmiennych dla całej próby i wynosi odpowiednio: 4558011780,63 dla indeksu WIG oraz 2830150,40 dla indeksu SnP500. Wysoki poziom istotności dla krótkiego okresu wykazują również cykle o długości 0,012, dla których kwadrat koherencji wynosi 0,87.

Wśród wyników zależności średniookresowych (zobrazowanych na wykresach 3. i 4.) można wyróżnić pięć istotnych dla badanej relacji długości cykli, dla których wartości kwadratu koherencji zostały podane w nawiasie: 0,016 (0,87), 0,031 (0,91), 0,061 (0,95), 0,128 (0,82) oraz 0,161 (0,89). Wartości gęstości spektralnych dla tych częstotliwości są wyraźnie niższe, niż w zobrazowanej wcześniej relacji krótkookresowej.

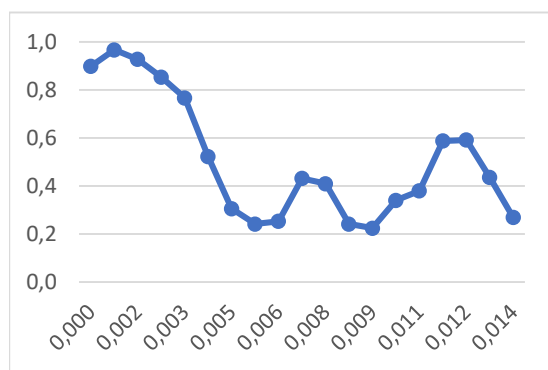
W przypadku zależności długookresowych (przedstawionych na wykresach 5 i 6) warto zaznaczyć, iż wiarygodność przeprowadzonej analizy jest niewystarczająca dla tych wahań. Biorąc to pod uwagę, istotnymi dla tego zakresu częstotliwościami będą: 0,186, 0,225 oraz 0,289, dla których wartości kwadratu koherencji wynoszą kolejno: 0,89, 0,84 oraz 0,86.

Wykres 7. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu DAX dla krótkiego okresu.



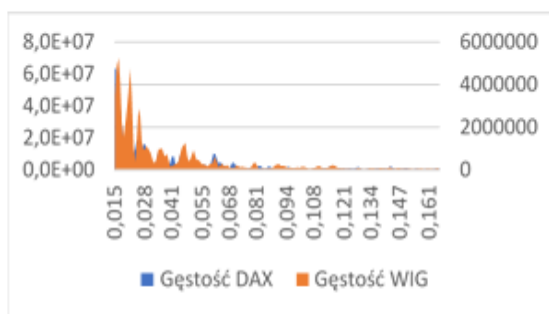
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Wykres 8. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu DAX dla krótkiego okresu.



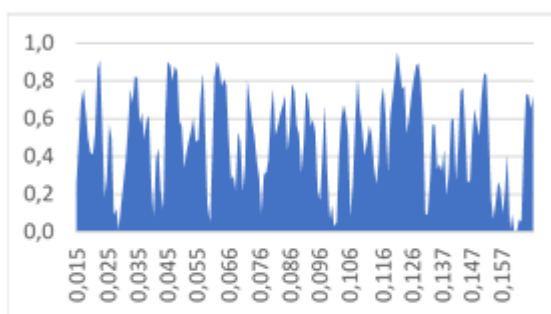
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Wykres 9. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu DAX dla średniego okresu.



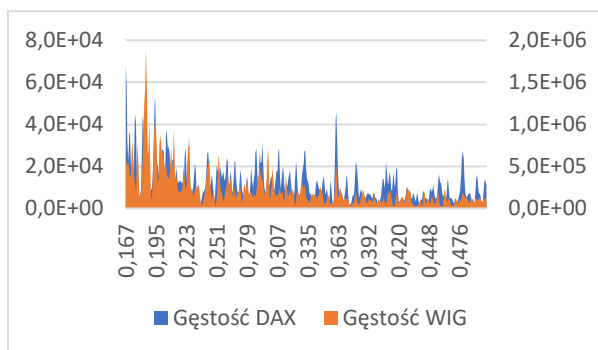
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Wykres 10. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu DAX dla średniego okresu.



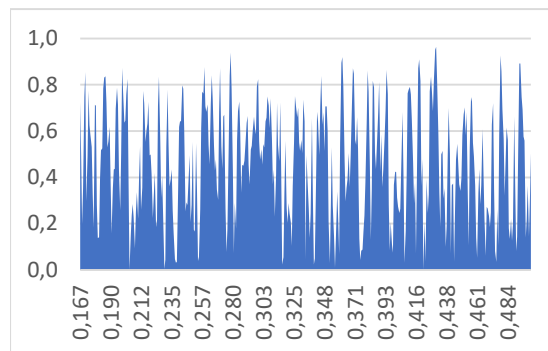
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Wykres 11. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu DAX dla długiego okresu.



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Wykres 12. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu DAX dla długiego okresu.



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

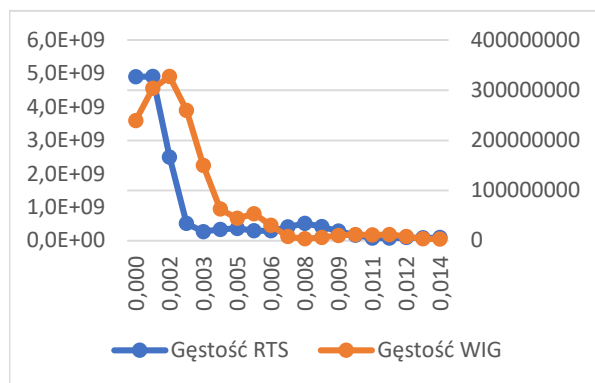
ie

DAX, a WIG wykazało występowanie jedynie jednej istotnej częstotliwości równej 0,001, dla której wartość kwadratu koherencji wynosi 0,97. Podobnie jak we wcześniejszym przypadku i ta relacja wykazuje najsilniejsze zależności dla wahań krótkookresowych.

W przypadku średniego okresu (wykresy 9 i 10) istotnymi wahaniami dla analizowanej zależności okazały się cykle o częstotliwości kolejno: 0,022, 0,044, 0,061, 0,121 oraz 0,150, dla których wartość kwadratu koherencji wynosi odpowiednio: 0,9, 0,9, 0,9, 0,96 oraz 0,84.

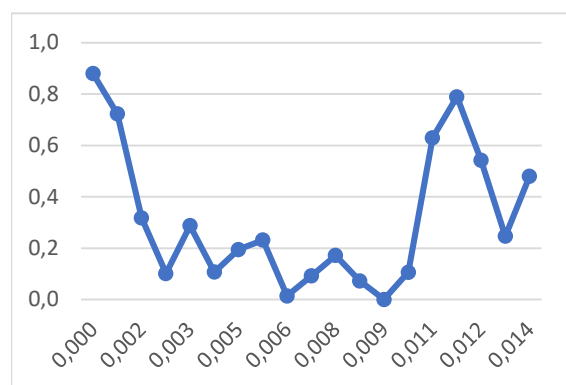
Analiza wahań długookresowych (wykresy 11 i 12) wykazała natomiast wystąpienie kilku wyraźnych skoków wartości gęstości spektralnych w badanym przedziale. Z tego też względu wybrano pięć, relatywnie najbardziej istotnych zależności dla tej częstotliwości, tj.: 0,185, 0,213, 0,278, 0,299 oraz 0,360 dla których wartości kwadratu koherencji wynoszą odpowiednio: 0,84, 0,77, 0,94, 0,82 oraz 0,92.

Wykres 13. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu RTS dla krótkiego okresu.



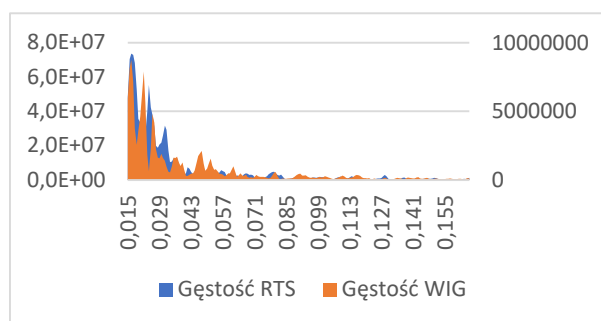
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Wykres 14. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu RTS dla krótkiego okresu.



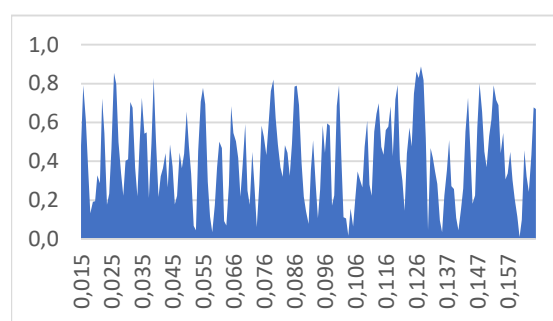
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Wykres 15. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu RTS dla średniego okresu.



Źródło: Opracowanie własne. jw.

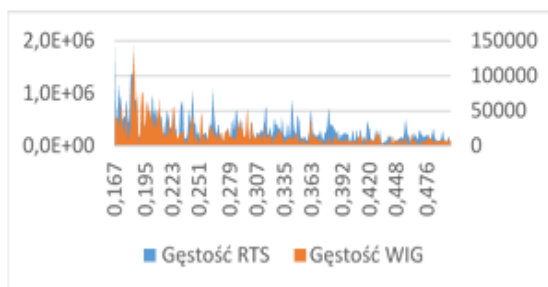
Wykres 16. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu RTS dla średniego okresu.



Źródło: Opracowanie własne. jw.

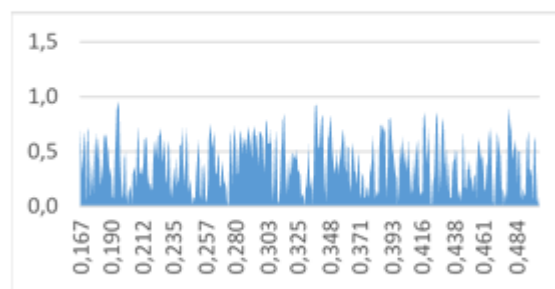


Wykres 17. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu RTS dla długiego okresu.



Źródło: Opracowanie własne. jw.

Wykres 18. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu RTS dla długiego okresu.



Źródło: Opracowanie własne. jw.

W relacji między polskim indeksem WIG, a rosyjskim indeksem RTS, przedstawionej na wykresach 13 oraz 14 odnaleźć można dla krótkiego okresu dwie istotne częstotliwości: 0 oraz 0,012. Występowanie wysokiego poziomu istotności dla najniższej częstotliwości świadczy o silnej zależności występującej pomiędzy zmianami na obu rynkach. Wartość kwadratu koherencji dla wybranych częstotliwości wynosi odpowiednio: 0,88 oraz 0,79.

W przypadku średniego okresu, przedstawionego na wykresach 15 i 16, mamy do czynienia z czterema istotnymi częstotliwościami w badanej relacji: 0,025, 0,038, 0,078 oraz 0,127, dla których wartości kwadratu wynoszą odpowiednio: 0,86, 0,83, 0,82 oraz 0,89.

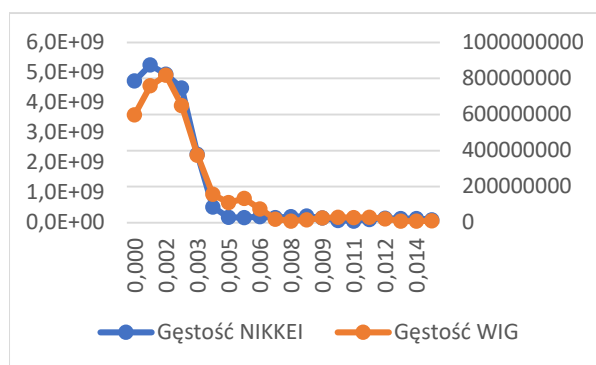
Relacja, między analizowanymi na wykresach 17 i 18 indeksami w długim okresie, wskazuje na wystąpienie jedynie dwóch częstotliwości o relatywnie wysokiej istotności zależności: 0,195 oraz 0,348, dla których wartości kwadratu koherencji wynoszą odpowiednio: 0,96 oraz 0,84.

Jak obrazują wykresy 19 i 20, zależność między japońskim indeksem Nikkei, a polskim indeksem WIG w krótkim okresie wykazuje silną zależność jedynie dla jednej częstotliwości: 0,001, dla której wartość kwadratu koherencji wynosi 0,89. Zależność dla tej częstotliwości, podobnie jak we wszystkich do tej pory wskazanych przypadkach, charakteryzuje się również występowaniem najwyższego poziomu gęstości dla całego spektrum.

W przypadku badania zależności średniookresowych w relacji, wykresy 21. oraz 22. wskazują na wystąpienie szeregu istotnych częstotliwości, tj.: 0,016, 0,049, 0,063 oraz 0,128,

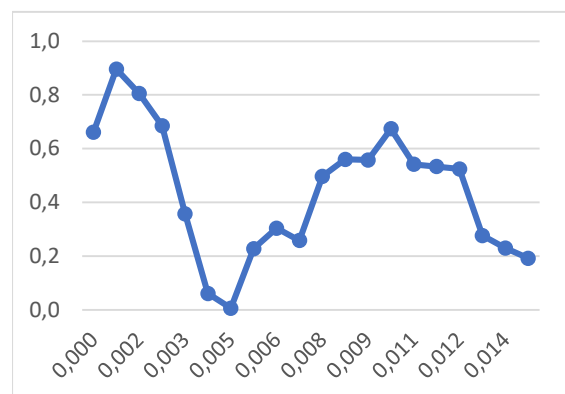
które powinny być uwzględnione w analizie. Wartości kwadratu koherencji dla poszczególnych, wymienionych częstotliwości wynoszą odpowiednio: 0,81, 0,91, 0,87 oraz 0,87.

Wykres 19. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu Nikkei dla krótkiego okresu.



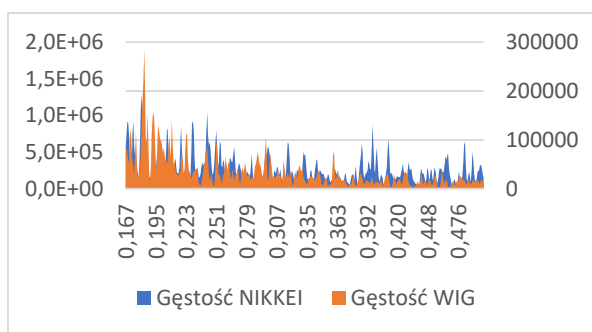
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Wykres 20. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu Nikkei dla krótkiego okresu.



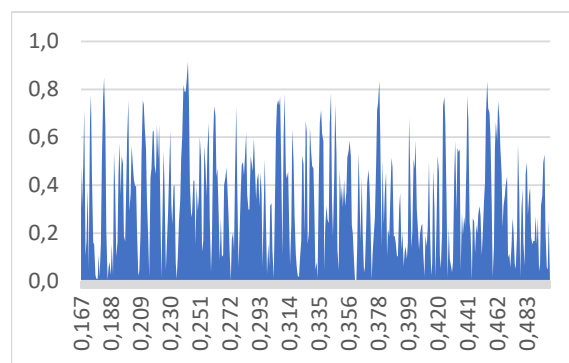
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Wykres 23. Wartość gęstości spektralnej indeksu WIG oraz indeksu Nikkei dla długiego okresu.



Źródło: Opracowanie własne. jw.

Wykres 24. Kwadrat koherencji indeksu WIG oraz indeksu Nikkei dla długiego okresu.



Źródło: Opracowanie własne. jw.

Badanie zależności długookresowych (zobrazowane na wykresach 23. oraz 24.) wykazało zaś wystąpienie jedynie dwóch, relatywnie istotnych, częstotliwości: 0,184, dla której wartość kwadratu koherencji wynosi 0,85 oraz 0,243, dla której ta sama wartość wynosi 0,91.

Tabela 1. Wartości opóźnień zależności między indeksem WIG, a badanymi indeksami dla wybranych częstotliwości w krótkim okresie.

Indeks zależny z indeksem WIG	Częstotliwość	Kwadrat koherencji	Długość waha- nia	Opóźnienie (-) / Wyprzedzenie (+)
<b>SnP500</b>	0,001	0,98	1	-0,81
	0,012	0,87	15	-12,07
<b>DAX</b>	0,001	0,92	1	-0,19
<b>RTS</b>	0	0,88	0	0
	0,012	0,79	15	-10,27
<b>Nikkei</b>	0,001	0,89	1	-0,19

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Tabela przedstawia zestawienie wszystkich wybranych wyników dla relacji krótkookresowych występujących pomiędzy indeksem WIG, a pozostałymi indeksami ujętymi w badaniu. Analiza spektralna wykazała, iż dla badanej próby wskazać można sześć częstotliwości istotnych dla relacji. Każda z relacji wskazywała na istotność reakcji indeksów w odpowiedzi na zmiany będące natychmiastowymi, bądź jednodniowymi. W przypadku dłuższych wahań, tj. około 15-dniowych, które zostały zaobserwowane w relacji między indeksem WIG, a SnP500 oraz RTS wskazać można również wyraźne opóźnienie ruchów w wahaniu wartości polskiego indeksu wynoszące około 10-12 dni. W przypadku wszystkich wyników, indeks WIG był indeksem, którego wartości zmieniały się w z opóźnieniem względem innych indeksów. Analiza wskazała również, iż najistotniejszymi dla kształtowania się wartości indeksu WIG w badanym okresie były indeksy SnP500 oraz DAX.

Tabela 2. Wartości opóźnień zależności między indeksem WIG, a badanymi indeksami dla wybranych częstotliwości w średnim okresie.

Indeks zależny z indeksem WIG	Częstotliwość	Kwadrat koherencji	Długość waha- nia	Opóźnienie (-) / Wyprzedzenie (+)
<b>SnP500</b>	0,016	0,82	21	1,49
	0,031	0,91	40	-3,78
	0,061	0,92	78	0,58
	0,128	0,82	105	-0,75
	0,161	0,89	206	1,21
<b>DAX</b>	0,022	0,9	28	5,92
	0,044	0,9	56	2,34
	0,061	0,9	78	1,19
	0,121	0,96	155	0,33
	0,150	0,84	192	0,45
<b>RTS</b>	0,025	0,86	32	2,01
	0,038	0,83	49	0,13
	0,078	0,82	105	-0,41
	0,127	0,89	163	-0,20
<b>Nikkei</b>	0,016	0,81	20	-2,18
	0,049	0,91	63	-1,47
	0,063	0,87	81	0,68
	0,128	0,87	164	-0,79

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

W przypadku zależności średniokresowych ciężko jest jednoznacznie wskazać na istotność w relacjach między indeksami Nikkei, RTS oraz SnP i indeksu WIG. Analiza tej relacji wskazała na występowanie szeregu istotnych częstotliwości (które zostały przedstawione w tabeli powyżej), jednakże wartość gęstości spektralnych poszczególnych szeregów była zdecydowanie niższa, niż w przypadku wahań krótkookresowych. Wyniki opóźnień dla poszczególnych długości wahań nie wskazują na występowanie jednoznacznych przesunięć w średniokresowych zmianach wartości indeksów. Jedynym wyjątkiem spośród badanych relacji jest niemiecki indeks DAX, który wskazuje na istotne jednoznaczne opóźnienie względem indeksu WIG dla kolejnych wahań. Najdłuższe opóźnienie obserwowalne jest dla wahań o długości próby 28, które jest opóźnione względem indeksu WIG o około 6 dni sesyjnych.

Tabela 3. Wartości opóźnień zależności między indeksem WIG, a badanymi indeksami dla wybranych częstotliwości w długim okresie.

Indeks zależny z indeksem WIG	Częstotliwość	Kwadrat koherencji	Długość wahań	Opóźnienie (-) / Wyprzedzenie (+)
<b>SnP500</b>	0,186	0,89	238	0,41
	0,225	0,84	288	-0,42
	0,289	0,86	371	1,09
<b>DAX</b>	0,185	0,84	237	-0,73
	0,213	0,77	273	-0,05
	0,278	0,94	356	0,35
	0,299	0,82	383	-0,33
	0,360	0,92	461	0,29
<b>RTS</b>	0,195	0,96	250	-0,01
	0,384	0,84	492	-0,01
<b>Nikkei</b>	0,184	0,85	236	-1,01
	0,243	0,91	311	-0,48

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych giełdowych: Portal Investing, investing.com, data pobrania: 01.09.2017 r.

Najmniej istotne ze względu na wielkość wartości gęstości spektralnych analizowanych szeregów okazały się zależności długookresowe badanych zmiennych. Jak obrazuje powyższa tabela, mimo wybrania wyraźnie najistotniejszych częstotliwości długookresowych nie udało się odnaleźć żadnego wyraźnego wyniku wskazującego na występowanie relatywnie wysokich opóźnień w ruchach badanych indeksów.

## Podsumowanie

Wyniki badania umożliwiły potwierdzenie, iż zmiany wartości poszczególnych indeksów wykazują istotne zależności. Warto jednak podkreślić, iż otrzymane rezultaty opisują występujące tendencje w całym badanym okresie, nie biorąc pod uwagę chwilowego silniejszego, bądź słabszego powiązania zmiennych (które wynikać może z sytuacji makroekonomicznej). Na podstawie przeprowadzonych badań skonstruowano następujące wnioski:

1. W kształtowaniu wartości poszczególnych indeksów największe znaczenie mają wahania krótkookresowe – co potwierdza początkową tezę na temat szybkiego tempa przepływu informacji na współczesnych rynkach finansowych;

2. Indeks WIG charakteryzuje się wolniejszym tempem absorpcji krótkookresowych informacji na co wskazują wyniki opóźnień występujących w badanym okresie. Efekt ten wynika z niestabilizowanej roli rynku finansowego w Polsce, jak również z ogólnego poziomu gospodarczego kraju;
3. Najsilniejsze reakcje indeksu WIG zaobserwowano w stosunku do zmian wartości amerykańskiego indeksu S&P500 oraz niemieckiego indeksu DAX,
4. W przypadku indeksu DAX można także wskazać na istotne zależności średniookresowe, które mają jednak odmienny wektor – tj. sytuacja indeksu WIG wpływa na zmiany wartości indeksu DAX. Obserwacja ta może wskazywać, iż polska gospodarka w pierwszej kolejności reaguje na osłabienie globalnego wzrostu gospodarczego, co w następstwie przekłada się na wyniki indeksów giełdowych.

Reasumując, wyniki te świadczą o potwierdzonych w literaturze ekonomicznej, silnych relacjach występujących pomiędzy gospodarką Polski i Niemiec, jak również o wiodącej roli rynku amerykańskiego w globalnych przepływach giełdowych.

---

## Literatura

- [1] FORBES, K., RIGOBON, R., No contagion, only interdependence: Measuring Stock Market Comovements, *The Journal of Finance*, X 2002, Tom LVII, numer 5
- [2] GĘDEK, S., Analiza harmoniczna szeregów czasowych kursów walut, [w:] Trzaskalik T., Modelowanie preferencji a ryzyko '06, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice, 2006
- [3] GÓRKA, J., OSIŃSKA, M., Efekty agregacji czasowej szeregów finansowych w świetle analizy spektralnej, [w:] *Dynamiczne modele ekonometryczne*, UMK, Toruń 2001
- [4] HOŁUBOWICZ, K., Korelacja indeksów cen akcji na globalnych rynkach finansowych, *Nauki o finansach*, 2014
- [5] KORABAN, Z., Wykorzystanie analizy harmonicznej w procesie prognozowania poziomu zagrożenia promieniowaniem jonizującym na terenach górniczych, *ZN, Politechnika Śląska, seria: Górnictwo i Geologia*, tom 6, zeszyt 1, 2011
- [6] KRUSZKA, M., Wahania koniunkturalne z zmiany wybranych wartości makroekonomicznych w Polsce, *Wiadomości Statystyczne*, nr 5, 2001

- [7] ŁUCZYŃSKI, W., Zastosowanie analizy widma wzajemnego w badaniu dynamiki indeksu giełdowego Dax, *Studia Oeconomica Posnaniensia*, 2015
- [8] MAHADEVA, L., ROBINSON, P., Unit root testing to help model building, Bank of England, 2004
- [9] MARCINKOWSKI, J., Analiza spektralna szeregów czasowych wartości wybranych indeksów na GWP, [w:] Trzaskalik T. (red.), *Modelowanie preferencji a ryzyko '02*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2002
- [10] MINK, M., MIERAU, J., Measuring stock market contagion with an application to the sub-prime crisis, Working Paper DNB, VII 2009, numer 217/2009
- [11] OSIŃSKA, M., *Ekonometria finansowa*, PWE, Warszawa, 2006
- [12] TALAGA, L., ZIELIŃSKI, Z., *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN Warszawa, 1986
- 

## Streszczenie

**Cel:** Celem artykułu było zbadanie zależności występujących między głównym polskim indeksem, indeksem WIG, a wybranymi indeksami globalnymi, co było zamierzone, aby zobrazować tempo, jak i kierunek wpływu zmian na światowych rynkach finansowych.

**Materiały i metody:** Badanie zostało przeprowadzone przy wykorzystaniu narzędzia analizy cross-spektralnej, która miała za zadanie określić kierunek występujących relacji. W celu przeprowadzenia analizy utworzono pięć szeregów czasowych, które odpowiadają poszczególnym indeksom. Zawierają one wyniki zmian wartości poszczególnych indeksów dla dni giełdowych w okresie od 01.07.2011 do 01.06.2017 roku.

**Wyniki:** W przypadku dłuższych wahań, tj. około 15-dniowych, które zostały zaobserwowane w relacji między indeksem WIG, a SnP500 oraz RTS wskazać można również wyraźne opóźnienie ruchów w wahanii wartości polskiego indeksu wynoszące około 10-12 dni. Ponadto wykazano liczne zależności czasowe między indeksami, szczególnie dla zdefiniowanego w pracy średniego okresu.

**Wnioski:** Indeks WIG charakteryzuje się wolniejszym tempem absorpcji krótkookresowych informacji na co wskazują wyniki opóźnień występujących w badanym okresie. Efekt ten wskazuje na nieustabilizowaną rolę rynku finansowego w Polsce. Najsilniejsze reakcje indeksu WIG

zaobserwowano w stosunku do zmian wartości amerykańskiego indeksu S&P500 oraz niemieckiego indeksu DAX.

**Key words:** stock indices, spectral analysis, WIG index.

---